

**ESERCIZI PER IL CORSO
FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA E
IPERCOMPLESSA**

Si ricordino le notazioni $v_s f$ e $\partial_s f$ per il valore sferico e la derivata sferica di una funzione regolare $f : \Omega \rightarrow \mathbb{H}$. Per ogni I nella sfera \mathbb{S} delle unità immaginarie quaternioniche, si ricordino le notazioni $L_I := \mathbb{R} + I\mathbb{R}$, $\Omega_I := \Omega \cap L_I$ e $f_I := f|_{\Omega_I}$. Si ricordi infine la notazione ext definita nel lemma di estensione.

Esercizio 1. Per ciascuno dei seguenti polinomi regolari f : si calcolino i valori di $v_s f(i)$ e di $\partial_s f(i)$, si scriva esplicitamente la formula di rappresentazione per f ristretta a \mathbb{S} e si determinino gli zeri di f in \mathbb{S} .

- $f(q) = q^2 + 1$
- $f(q) = q^2$
- $f(q) = q + j$

Esercizio 2. Dopo aver notato che $L_i = \mathbb{C}$, per ciascuno dei seguenti polinomi complessi ϕ si trovi la funzione regolare $\text{ext}(\phi)$, ovvero il polinomio regolare f tale che $f_i = \phi$.

- $\phi(z) = (z - \sqrt{2})^3$
- $\phi(z) = (z - i)^2$

Esercizio 3. Si calcolino le seguenti funzioni regolari h :

- $h := f * g$ dove $f \equiv 1 + k$ e $g(q) = q$
- $h := f^c$ dove $f(q) = \exp(q) := \sum_{n \in \mathbb{N}} q^n \frac{1}{n!}$
- $h := f^s$ dove $f(q) = q - i$