

ESERCIZI PER IL CORSO *ALGEBRA E LOGICA*

*Si consiglia di risolvere i seguenti esercizi prima della lezione del prossimo 10 maggio. Si tenga presente che gli esercizi elencati non esauriscono le tematiche trattate durante le lezioni, e dovranno quindi essere integrati con quelli del libro di testo. Il simbolo * indica gli esercizi di carattere più teorico.*

LOGICA PROPOSIZIONALE - SEMANTICA (03/05/2011)

Esercizio 1. Durante una partita a carte, un giocatore fa le seguenti affermazioni:

“Ho un Asso o un Re”

“Se ho un Asso, ho anche un Re”

“Non ho un Re”.

È possibile che sia sincero?

Esercizio 2. In ognuna delle coppie di formule di seguito elencate, si dica se la prima sia semanticamente equivalente alla seconda:

- (1) $\neg \perp$ e $A \rightarrow A$
- (2) $A \vee B$ e $(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$
- (3) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ e $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$
- (4) $A \vee \perp$ e \perp
- (5) $A \wedge \perp$ e \perp
- (6) $A \vee (\neg B \wedge C)$ e $B \vee \neg C \rightarrow A$

Esercizio 3. Per ciascuna delle seguenti coppie di proposizioni R e P , si calcoli la sostituzione $R[P/A]$

- (1) $R = A \vee B \wedge C$, $P = D$
- (2) $R = A \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$, $P = \neg B$
- (3) $R = (B \rightarrow \neg D) \vee C$, $P = D \rightarrow E$

Esercizio 4. Aladino ha di fronte due bauli, A e B. Sa che ciascuno di essi contiene un tesoro oppure una trappola, e che se un baule contiene una trappola non può contenere un tesoro. Sul baule A è scritto:

Almeno uno di questi bauli contiene un tesoro.

Sul baule B è scritto:

Nel baule A c'è una trappola.

Ad Aladino è stato spiegato che entrambe le scritte sono vere, oppure entrambe sono false. Che cosa gli conviene fare?

Esercizio 5. Si dica quali tra le seguenti FBF sono in forma normale congiunta o in forma normale disgiunta.

- (1) $(A \vee B) \wedge \neg C$
- (2) $\neg(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$
- (3) $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n$
- (4) $(A \wedge B) \vee (\neg A \rightarrow \neg B)$
- (5) $\neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_n$

Esercizio 6. Si supponga che P significhi “Pietro verrà eletto leader del partito”, R significhi “Roberta si dimetterà”, M significhi “Mario si dimetterà” e V significhi “vinceremo le elezioni” e si traducano le seguenti frasi in proposizioni in forma normale congiunta:

- (1) Vinceremo le elezioni, se Pietro sarà eletto leader del partito.
- (2) Se Pietro non verrà eletto leader del partito perderemo certamente le elezioni.
- (3) Se Pietro non sarà eletto leader del partito, allora Roberta o Mario si dimetteranno e non voteremo le elezioni.

Esercizio 7. Si riduca ciascuna delle FBF elencate nell’esercizio 5 in forma normale congiunta e in forma normale disgiunta.

***Esercizio 8.** Facendo uso delle leggi di De Morgan, si provi che \wedge è derivabile da $\{\neg, \vee\}$ e che \vee è derivabile da $\{\neg, \wedge\}$.