

## ESERCIZI PER IL CORSO *ALGEBRA E LOGICA*

*Si consiglia di risolvere i seguenti esercizi prima della lezione del prossimo 3 maggio. Si tenga presente che gli esercizi elencati non esauriscono le tematiche trattate durante le lezioni, e dovranno quindi essere integrati con quelli del libro di testo.*

### LOGICA PROPOSIZIONALE - SINTASSI (12/04/2011)

**Esercizio 1.** Si supponga che P significhi “Pietro verrà eletto leader del partito”, R significhi “Roberta si dimetterà”, M significhi “Mario si dimetterà” e V significhi “vinceremo le elezioni” e si traducano le seguenti frasi in formule ben formate:

- (1) Vinceremo le elezioni, se Pietro sarà eletto leader del partito.
- (2) Se Pietro non verrà eletto leader del partito perderemo certamente le elezioni.
- (3) Se Pietro non sarà eletto leader del partito, allora Roberta o Mario si dimetteranno e non vinceremo le elezioni.

**Esercizio 2.** Di ognuna delle seguenti formule si disegni l’albero sintattico (finché possibile); si dica poi quali di esse sono formule ben formate:

- (1)  $(A \rightarrow (B \vee (\neg C)))$
- (2)  $((\neg \wedge B) \vee C)$
- (3)  $(\neg(A \rightarrow B))$
- (4)  $(\neg(\neg A) \rightarrow$

**Esercizio 3.** Nelle seguenti formule si eliminino le parentesi non necessarie in virtù delle regole di priorità introdotte:

- (1)  $(A \wedge ((\neg B) \rightarrow (\neg A)))$
- (2)  $((A \vee (A \wedge B)) \rightarrow ((\neg A) \wedge (\neg B)))$

**Esercizio 4.** Si elenchino le sottoformule di  $(A \rightarrow B) \wedge A \rightarrow B$

## LOGICA PROPOSIZIONALE - SEMANTICA (13/04/2011)

**Esercizio 5.** Si costruiscano le tavole di verità delle seguenti proposizioni, e si dica se siano soddisfacibili, insoddisfacibili o tautologie:

- (1)  $(A \rightarrow A) \rightarrow A$
- (2)  $A \vee B \rightarrow A \wedge B$
- (3)  $A \vee (B \wedge C) \rightarrow (A \wedge C) \vee D$
- (4)  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

**Esercizio 6.** Si dica se le proposizioni “Se io vado a pranzo non ci vai tu” e “Se tu vai a pranzo non ci vado io” abbiano come conseguenza “Uno di noi due va a pranzo”.

**Esercizio 7.** Si dica se

- (1)  $A \rightarrow B \wedge C \models (A \rightarrow B) \rightarrow C$
- (2)  $\Gamma \models A$ , dove  $\Gamma = \{\neg A \rightarrow B, B \rightarrow C, \neg C \vee A\}$

**Esercizio 8.** In ognuna delle coppie di formule di seguito elencate, si dica se la prima sia semanticamente equivalente alla seconda:

- (1)  $(A \wedge B) \vee C$  e  $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$
- (2)  $((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow B$  e  $A \rightarrow B$
- (3)  $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$  e  $(C \rightarrow D) \vee C$