

ESERCIZI PER IL CORSO *ALGEBRA E LOGICA*

ALTRI ESERCIZI DI LOGICA PROPOSIZIONALE

Esercizio 1. Di ciascuna delle seguenti formule proposizionali, si verifichi se sia ben formata; se lo è, si dica motivando la risposta se sia soddisfacibile, e in caso affermativo se sia o meno una tautologia:

- (1) $A \rightarrow A \vee B$
- (2) $\neg A \rightarrow A$
- (3) $A \rightarrow B$
- (4) $A \rightarrow (B \rightarrow \neg(C))$
- (5) $A \vee A \wedge B$
- (6) $\neg(\neg A \rightarrow \neg A)$
- (7) $\neg\neg A \rightarrow \neg A$
- (8) $\neg(A \wedge B) \rightarrow B$
- (9) $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$
- (10) $(A \rightarrow (B \vee C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C))$

Esercizio 2. Si dica, motivando la risposta, se valgono i seguenti fatti:

- (1) $A \models A$
- (2) $B \models A$
- (3) $A \rightarrow B \models B$
- (4) $(A \wedge \neg A) \vee C \models C$
- (5) $(A \wedge B) \vee \neg(A \wedge B) \models B$
- (6) $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B) \models B$
- (7) $(A \wedge B) \wedge (\neg A \wedge B) \models C$
- (8) $A, A \rightarrow B, B \rightarrow C \models C$
- (9) $A, A \rightarrow B, B \rightarrow C \models B$
- (10) $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C \models C$

Esercizio 3. Si dica, motivando la risposta, se valgono le seguenti equivalenze semantiche:

- (1) $\neg A \rightarrow B \equiv A \vee B$
- (2) $\neg(A \rightarrow \neg B) \equiv A \wedge B$
- (3) $A \vee B \vee C \equiv (\neg A \rightarrow B) \rightarrow C$
- (4) $A \vee B \vee C \equiv \neg A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- (5) $A \vee B \vee C \equiv \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow C)$
- (6) $(A \vee B) \wedge (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \equiv C$

Esercizio 4. Si trovino dimostrazioni in Deduzione Naturale dei seguenti fatti:

- (1) $A \wedge C \vdash_{DN} (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$
- (2) $A \wedge (A \rightarrow B) \vdash_{DN} B$
- (3) $C \vdash_{DN} A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- (4) $\neg A \vdash_{DN} A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- (5) $(A \wedge \neg A) \vee A \vdash_{DN} A$

Esercizio 5. Si trovino dimostrazioni in H dei seguenti fatti:

- (1) $A \vdash_H A \vee B$
- (2) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash_H (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$
- (3) $A \wedge \neg A \vdash_H \perp$
- (4) $A \wedge B \vdash_H B \wedge A$
- (5) $(A \vee B) \vee C \vdash_H A \vee (B \vee C)$

Esercizio 6. Si dica, motivando la risposta, se valgono i seguenti fatti:

- (1) $A \wedge B \vdash_{DN} B \vee A$
- (2) $A \wedge A \vdash_H A$
- (3) $\vdash_{DN} \neg\neg(A \rightarrow A)$
- (4) $(A \vee B) \vee (\neg A \vee B) \vdash_{DN} B$
- (5) $(B \rightarrow \neg A) \vdash_H (A \rightarrow \neg B)$

Esercizio 7. Si traducano in formula ben formate le seguenti frasi del linguaggio naturale:

- (1) Se non lavoro sodo adesso, non supererò l'esame prima di agosto.
- (2) Se non supererò l'esame prima di agosto, dovrò lavorare sodo ad agosto.
- (3) Ad agosto non lavorerò sodo.

Detto Γ l'insieme di formule ben formate così ottenuto, si trovi una $P \in FBF$ che ne sia conseguenza semantica.

Esercizio 8. Si traducano in formule ben formate le seguenti frasi del linguaggio naturale:

- (1) Se Socrate è stato condannato a morte allora non è morto di morte naturale.
- (2) Socrate è morto di morte naturale oppure è stata commessa un'ingiustizia.
- (3) È stata commessa un'ingiustizia.

Si dica se sia possibile inferire, in Deduzione Naturale, che Socrate è stato condannato a morte.