IL GIARDINO DI ARCHIMEDE, IERI E OGGI

GIORGIO OTTAVIANI, SABINA TESSIERI

Abstract. Il Giardino di Archimede è il primo museo in Italia dedicato completamente alla matematica e alle sue applicazioni. In questo articolo raccontiamo la storia affascinante della sua nascita, dovuta all'incontro e alla collaborazione di Franco Conti ed Enrico Giusti, e alcuni sviluppi successivi fino ad oggi.

1. Introduzione

"Innanzitutto, rilassatevi. Non dovrete imparare nessuna formula né risolvere nessun esercizio. Scopriremo insieme come sia possibile avvicinarsi alle idee e ai metodi della matematica in maniera indolore e, speriamo, divertente."

Con queste parole Enrico Giusti (1940 – 2024) introduce la visita virtuale del Giardino di Archimede, il primo museo dedicato completamente alla matematica e alle sue applicazioni, in un ambiente interattivo. Fa un certo effetto leggerle oggi e, soprattutto, ascoltarle dalla sua voce, diretta e coinvolgente, come è possibile seguendo la visita virtuale sul proprio cellulare, con la app gratuita *Izi.Travel*. Il museo nasce in embrione nel 1992 dall'incontro di due menti straordinarie e, in qualche modo, complementari: Franco Conti (1943 – 2003) ed Enrico Giusti. Franco Conti, docente presso la Normale di Pisa, unisce un gusto originale verso la matematica pratica ad una capacità non comune di realizzare in modo artigianale manufatti e meccanismi complessi. In questo modo riesce a divulgare risultati matematici di rilievo e assolutamente non banali. Alcune delle sue creazioni per la mostra *"Oltre il compasso"*, di cui parleremo tra poco, lasciano incantati sia il profano che il matematico più smaliziato. Entrambi, anche se a livelli diversi, manifestano stupore e sorpresa davanti ad alcuni oggetti interattivi e si chiedono: *"ma davvero?"*, *"come è possibile?"*. Le sue creazioni più riuscite riguardano le ellissi, le uniche coniche che possiamo costruire, toccare e manipolare per intero in una porzione limitata di spazio. Enrico Giusti, tra i più autorevoli matematici a livello internazionale nel campo dell'Analisi Matematica, vede lontano e negli anni '90 ha il merito di saper inquadrare i meccanismi di Franco Conti in un progetto complessivo, con un gusto e un approccio storico, in quello che diventa per il visitatore un percorso di scoperta.

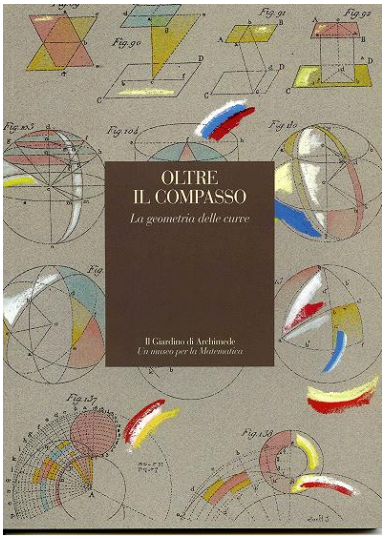


Franco Conti



Enrico Giusti

Nasce così *"Oltre il compasso"*, una mostra fortunata che, partendo da Pisa, viene presentata successivamente in 35 sedi diverse sparse in Italia e all'estero fino al successo internazionale con l'esposizione al Palais de la Découverte di Parigi, durata un intero anno nel 2000, anno internazionale della Matematica. Assume un sapore particolare



Il catalogo di *"Oltre il Compasso"*, edito dalla Scuola Normale nel 1992.

l'allestimento di Priverno, città natale di Giusti che, con alterne vicende, diventa per qualche anno stabile. Il secondo salto di qualità si ha con la creazione del Giardino di Archimede, attivo a Firenze dal 2004 al 2019 e oggi in trasferimento a Pistoia. Ci piace ricordare che nel 2023 è stata inaugurata proprio a Priverno una parziale versione del Giardino di Archimede che sarà a breve intitolata a Enrico Giusti. Questo articolo, scritto a caldo dopo la sua improvvisa scomparsa, vuole essere anche un omaggio alla sua memoria, per quello che riguarda la sua attività di divulgatore e comunicatore. Giusti ha avuto almeno altre due vite scientifiche, una come ricercatore di Analisi e l'altra come storico della Matematica (oltre a [Fib] si veda ad esempio [GPep]), e non abbiamo la competenza per affrontare nessuna delle due, che saranno certamente raccontate altrove, da altre colleghe e altri colleghi.

2. Lo spirito del museo

Quando nel lontano 1992 si inaugura la Mostra *"Oltre il compasso"* a Pisa, a Palazzo Lanfranchi, il successo con cui viene accolta supera di gran lunga ogni aspettativa. Si prende così coscienza che il pubblico ricerca qualcosa di nuovo ed innovativo; l'impressione viene confermata dall'entusiasmo che accoglie la mostra divenuta itinerante in tutta Italia e nei suoi allestimenti all'estero, in Svizzera ed in Francia. Conti e Giusti cominciano a pensare allora a progettare un museo sulla falsariga dei grandi musei scientifici americani, ma che sia dedicato interamente alla matematica. Ancora una volta i due matematici geniali nella loro diversità vedono qualcosa che per gli altri è solo fantascienza: a molti colleghi sembra uno svilimento della materia incarnata in qualcosa di materiale, mentre altri, pur vedendo la bontà dell'iniziativa la ritengono irrealizzabile. Solo pochissimi, fra tutti ricordiamo Maria Dedò, sono così partecipi del

progetto da cimentarsi loro stessi nella realizzazione di qualcosa che rimanga permanentemente a disposizione di tutti. La perplessità di molti è legata al non comprendere la visione del museo che Conti e Giusti condividono e che è diversa da quanto sia stato realizzato fino ad allora. È la ricerca di un difficile equilibrio, quasi irrealizzabile, tra il rigore matematico che non vogliono abbandonare e il divertimento. Divertimento visto non come spettacolo passivo, ma come conquista personale che lasci il visitatore interiormente arricchito. Occorre quindi che ciò che viene esposto sia capace di accendere nel visitatore in modo pressoché immediato la scintilla della curiosità, che non deve essere l'emozione effimera dei "blockbuster exhibition" (che si stanno allora diffondendo), ma deve riuscire a creare il desiderio di comprendere ciò che si è appena visto. Con la pionieristica mostra *"Oltre il compasso"*, i due straordinari amici hanno vinto la sfida di creare un nuovo linguaggio capace di trasmettere anche al grande pubblico un'idea della matematica diversa dalla scienza arida della quale ci si vanta di non capire niente. Forti di questo successo, si propongono di inventare un luogo educativo, un museo appunto, che abbia un ruolo sociale fornendo la risposta alla crescente domanda del pubblico di avvicinarsi ad una materia considerata ostica, proseguendo quella educazione permanente di cui tanto spesso si parla.

A causa della sua prematura scomparsa Conti non riesce a partecipare nel 2004 a Firenze all'inaugurazione del museo *"Il Giardino di Archimede"*, che realizza in tutte le sue esposizioni l'obiettivo di dare corpo al pensiero matematico astratto. La nuova sede viene reperita ed allestita con il contributo determinante di Pietro Zecca.

Nel corso delle esperienze precedenti Giusti è riuscito ad individuare tre direttrici principali intorno alle quali si deve sviluppare il percorso museale, tutte volte alla captatio benevolentiae del visitatore, presupposto irrinunciabile di un proficuo dialogo: la vita di tutti i giorni, il gioco, la storia.

Se nel museo saranno esposti oggetti del suo vissuto quotidiano il visitatore si troverà in un ambiente familiare e nella giusta disposizione d'animo: in questo modo potrà osservarli sotto una luce diversa e toccandoli potrà avere un nuovo approccio con la matematica che diventerà per lui reale e concreta. Naturalmente questa prima fase di osservazione-manipolazione dovrà essere seguita da un processo mentale, dovrà cioè essere uno stimolo alla comprensione intellettuale del fenomeno. La ricaduta auspicabile sarà quella di fornire all'uomo comune degli occhiali che gli consentano di vedere con una nuova consapevolezza l'ombra dell'abat-jour sulla parete della camera da letto, il meccanismo di apertura del garage di casa o le eleganti figure che i raggi luminosi del sole possono creare sulla ciotola della colazione.

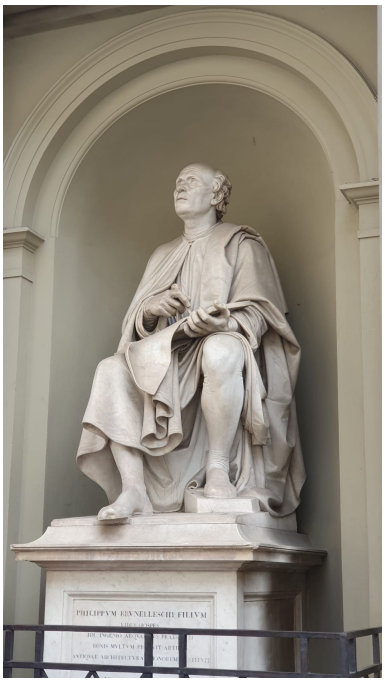
Il gioco ha avuto storicamente forti legami con la matematica e d'altra parte imparare divertendosi è da sempre l'approccio più naturale utilizzato dai cuccioli di tutte le specie che giocando diventano adulti. Giusti era fortemente convinto che il gioco potesse avere un importante ruolo nel recupero di un sano rapporto con la matematica, fornendo al visitatore la possibilità di apprezzare l'aspetto appagante della scoperta e del raggiungimento di una soluzione ed aiutandolo a vincere le chiusure mentali legate spesso a precedenti insuccessi. Ovviamente concepire il gioco come attività di apprendimento deve escludere sia la possibilità che venga inteso come fine a se stesso sia che il contenuto matematico che vuole trasmettere sia così prevalente da renderlo interessante solo per gli addetti ai lavori.

Infine, non si deve sottovalutare l'importanza di inserire un problema matematico in un contesto storico culturale. Capire la genesi di un problema lo rende più concreto

e ne motiva la ricerca di una soluzione. In alcuni casi, ad esempio nel calcolo, trattare il problema alle origini, senza le varie sovrastrutture aggiunte negli anni, lo semplifica notevolmente e lo rende più comprensibile.

Nelle attività museali del Giardino di Archimede queste tre linee guida complementari fra loro sono fortemente intrecciate segnando la via prescelta dagli ideatori per la comunicazione della matematica al grande pubblico. Il visitatore entra in contatto con oggetti, strumenti o situazioni attraverso le quali si vogliono trasmettere i concetti matematici. Naturalmente perché si possa manifestare l'idea matematica sottesa le varie esperienze dovranno essere legate una all'altra e gradualmente condurre ad una astrazione e conseguente formalizzazione.

3. Oltre il compasso, la geometria delle curve



La statua di Brunelleschi che, col compasso in mano, rimira la Cupola del Duomo di Firenze.

Il monumento a Filippo Brunelleschi a Firenze lo riporta, gigante, mentre guarda la sua creazione prediletta, l'enorme Cupola di Santa Maria del Fiore, e tiene in mano un compasso. La costruzione della Cupola fece un uso intensivo del compasso, inteso come strumento, infatti la stessa forma della Cupola nasce, nel cantiere di Brunelleschi, dal tracciamento di numerosi archi di circonferenza, mediante delle lunghe corde fissate negli apici degli otto pilastri di base.

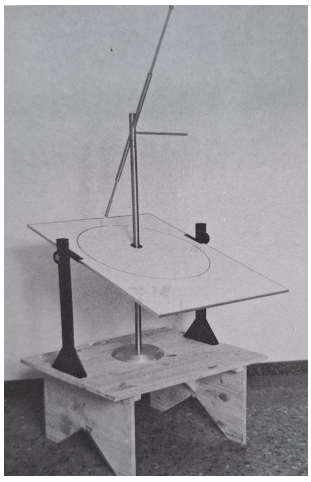
Il percorso del Giardino di Archimede nasce proprio dalla riga e dal compasso. Gli animatori del Museo mostrano al visitatore il funzionamento della riga e del compasso davanti a una lavagna. La riga è ben nota a tutti. Il compasso viene presentato come una cordicella, una presentazione un poco inusuale a chi è abituato ai compassi incontrati nelle aule scolastiche, ma maggiormente fedele all'uso del compasso che

abbiamo visto in Brunelleschi e che ha origine nelle misure dei terreni dell'antico Egitto, dove è nata la *geometria (= misura della terra)*, misura che avveniva tirando lunghe funi sui terreni. Da una parte si punta nel centro, dall'altra c'è un pennarello che permette di tracciare un arco di circonferenza.

A questo punto la guida chiede: con gli strumenti a disposizione cosa è più semplice tracciare: una retta o una circonferenza? La maggior parte dei visitatori rimane pensierosa su questa domanda, e tende a rispondere che è più semplice la retta. La guida a questo punto solleva alcune osservazioni elementari ma fondamentali: per costruire una riga ci vuole un'altra riga, invece il compasso permette di tracciare una circonferenza dal niente, senza la presenza di un'altra circonferenza, non esegue copie ma costruisce. Lo strumento del compasso permette di tracciare circonferenze di raggio variabile, è allo stesso tempo più semplice e più flessibile, lo strumento del compasso evidenzia la proprietà che definisce la circonferenza: il luogo dei punti a distanza data da un centro. Riassumendo, la riga è un profilo, il compasso è uno strumento. Il profilo per tracciare una circonferenza potrebbe essere una moneta, un profilo molto limitativo perché permette di tracciare soltanto circonferenze di un raggio fissato.

Queste osservazioni elementari lasciano una forte impronta nella maggior parte dei visitatori e aprono un punto di vista nuovo, che mette il visitatore nello spirito giusto per scoprire il resto della mostra. La trattazione matematica di cosa si può costruire con riga e compasso rimane, come è giusto, dietro le quinte, ma si evidenzia il ruolo della costruzione, il visitatore è invitato a partecipare in modo attivo e potrà cimentarsi in costruzioni via via più complesse.

Il compasso conico permette di costruire un'ellisse con la stessa facilità con cui costruiamo una circonferenza. Il "trucco" sta nel fissare un asse del compasso e di-



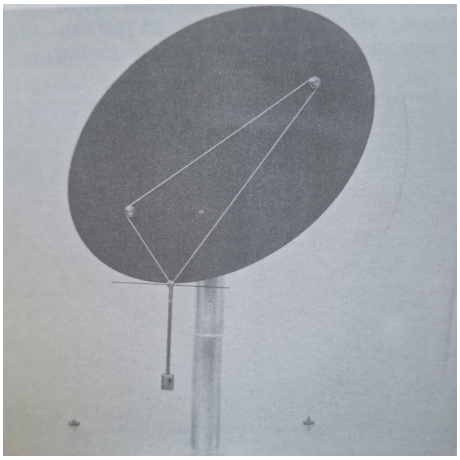
Il compasso conico.

segnare su un piano inclinato dando la possibilità al secondo asse di allungarsi a piacimento. In questo modo diventa naturale pensare all'ellisse e alle altre coniche come sezioni piane di un cono.

Quando si lavora in classe con una figura geometrica, ad esempio un quadrato, viene raccomandato di disegnarla in modo nonstandard, ad esempio un quadrato con la base obliqua rispetto ai bordi del foglio. Questi accorgimenti facilitano lo studente

a concentrarsi sulle proprietà del quadrato senza aggiungere altre ipotesi, lo aiutano a riconoscere un quadrato anche quando è più nascosto. Questi cambiamenti di punto di vista sono frequenti in tutte le sale del Giardino di Archimede.

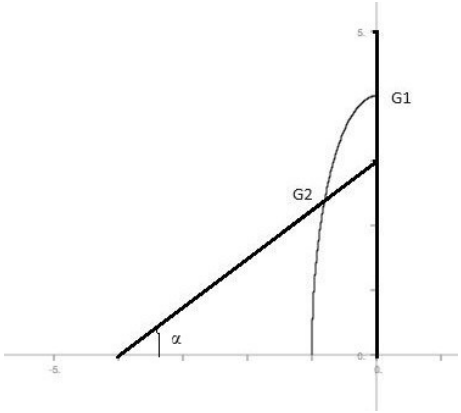
Siamo abituati a riconoscere la proprietà focale di un'ellisse disegnando varie sue tangenti; per ciascuna di queste i segmenti condotti dal punto di tangenza ai due fuochi staccano gli stessi angoli con la tangente, la celebre proprietà di riflessione che conduce un raggio luminoso da un fuoco nell'altro. L'idea geniale di Franco Conti è di riprodurre questo fenomeno facendo ruotare l'ellisse in un piano verticale. Una cordicella con un peso è avvolta attorno ai due fuochi. Adesso è il punto di tangenza che si trova, per la forza di gravità, nel punto più basso. Anche i matematici hanno un attimo di stupore nel vedere come la tangente è adesso sempre orizzontale e soddisfa la proprietà focale!



Mentre l'ellisse ruota attorno al centro, la tangente nel punto più basso rimane orizzontale. La cordicella forma in ingresso e in uscita due angoli uguali.

Il modo più classico di disegnare un'ellisse è quello dell'ellisse "del giardiniere", ottenuta piantando due pioli nel terreno e tendendo una corda attorno ad essi, con uno schema simile alla figura precedente. Questa costruzione è così nota che ci sembra inutile ripercorrerla in questa sede, ma è opportuno notare un accorgimento tecnico presente al Museo, dove la punta scrivente è munita di un disco di diametro esattamente uguale a quello dei pioli. Questo permette di effettuare con precisione il disegno, come se i pioli fossero "puntiformi".

Un modo alternativo di disegnare un'ellisse è attraverso l'*ellissografo a croce*, un semplice meccanismo che fa scivolare due perni su due assi ortogonali, i futuri assi dell'ellisse. Il procedimento matematico è ben comprensibile pensando all'esempio del gatto che, appollaiato su una scala, scivola in terra insieme alla scala. Quando il gatto occupa il punto medio della scala, la sua traiettoria è un arco di circonferenza, di raggio pari metà della scala. Questo può essere spiegato a chiunque con un disegno elementare, che omettiamo. È facile osservare, per un matematico, che, se il gatto occupa un punto qualunque della scala, la sua traiettoria è una ellisse. Infatti, se la



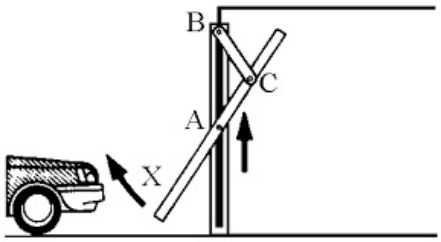
Un gatto appollaiato su una scala che scivola da un muro verticale percorre un'ellisse. In figura sono rappresentate due posizioni della scala, il gatto parte da $G1$ e passa da $G2$.

scala è lunga s e il gatto in $G1$ è ad altezza g, la traiettoria del gatto è

$$\begin{cases} x = (g-s)\cos(\alpha) \\ y = g\sin(\alpha) \end{cases} \qquad \text{per } 0 \leqslant \alpha \leqslant \pi/2$$

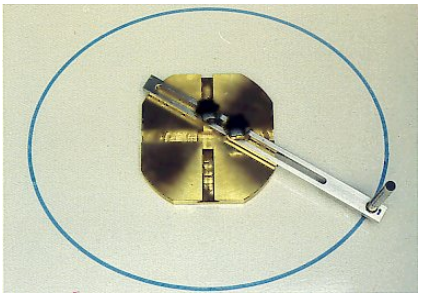
che è un arco di ellisse di semiassi $s-g$ e g.

Franco Conti espone nel disegno seguente un bandone di un garage che ruota, un meccanismo molto comune.

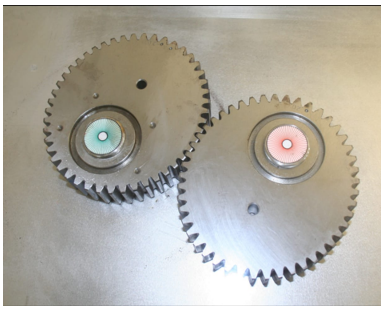


Si riconosce che siamo nella stessa situazione del gatto sulla scala, solo che adesso la scala è idealmente prolungata oltre i suoi estremi. La traiettoria del punto X in figura continua ad essere una ellisse, che si può descrivere come prima, con un valore negativo di g. Questo meccanismo è alla base dell'*ellissografo a croce* esposto al Giardino di Archimede, il lettore può riconoscere che la scala dove scivola il gatto corrisponde alla parte dell'asta compresa tra i due perni.

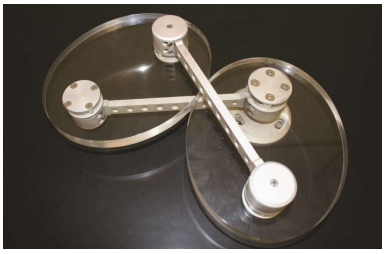
Presentiamo adesso due meccanismi, da presentarsi in successione, basati sul rotolamento di una ellisse su un'altra. Si prendano due ellissi uguali, collegando rispettivamente i fuochi della prima ellisse ai fuochi della seconda. Facendo ruotare la prima ellisse di moto uniforme attorno a un suo fuoco, anche la seconda ellisse ruota attorno a un suo fuoco, ma questa volta di velocità variabile. L'esperienza può, anzi deve, essere ripetuta lasciando fissa ed immobile la prima ellisse. La seconda ellisse gira intorno alla prima. Adesso i fuochi dell'ellisse che rotola descrivono entrambi delle circonferenze ! Anche in questo caso è la ripetizione dell'esperienza, sotto un altro punto di vista, che permette di apprezzarla.



L'ellissografo a croce

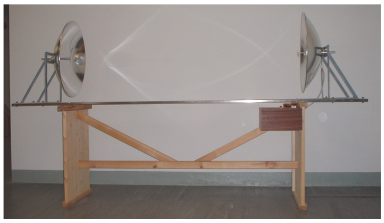


Rotolamento di due ellissi. Prima esperienza: si fissa un fuoco di ciascuna ellisse. Mentre la prima ellisse ruota di moto uniforme, la seconda ellisse ruota con velocità variabile.



Rotolamento di due ellissi. Seconda esperienza: la prima ellisse è immobile. I fuochi della seconda descrivono delle circonferenze e le due aste congiungenti i fuochi si incontrano sempre nel punto di tangenza.

L'esperienza più riuscita per mostrare la proprietà focale della parabola, vista come caso limite dell'ellisse con un fuoco che è scappato all'infinito, è senz'altro quella che incendia un fiammifero in un fuoco di uno specchio parabolico mediante l'accensione di una lampada a LED nel fuoco di un secondo specchio, come nella figura seguente. L'esperienza riesce bene anche con le onde causate bagnando un dito in una bacinella d'acqua di forma ellittica. Quando si bagna il dito in un fuoco, le onde vanno a concentrarsi nel secondo fuoco.



Specchi parabolici. Il calore emesso da una lampadina posta nel fuoco di uno degli specchi riesce ad accendere un fiammifero posto nel fuoco dell'altro specchio.

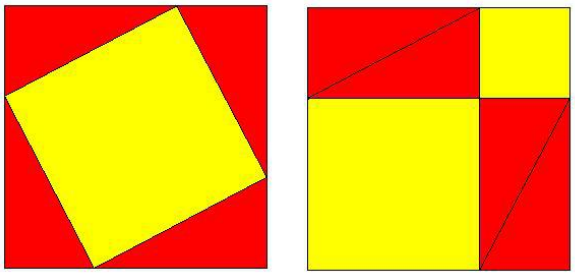


Raffaella Petti mostra alcune sezioni piane di un cono.

4. Pitagora e il suo teorema

La mostra *Pitagora e il suo teorema*[G1] è quella maggiormente rivolta alle scuole superiori di primo grado e si apre con la descrizione del teorema di Pitagora in più lingue. Non mancano il greco e il cinese, che permettono di apprezzare il valore universale del teorema. Viene lasciata una aura mistica intorno alla figura di Pitagora, per la scarsità di conoscenze dirette sulla sua figura, ammantata di leggenda, in particolare sulla sua scuola, forse la prima Università a potersi definire tale, che richiedeva comportamenti ferrei, dalla disciplina alla dieta. La "dimostrazione" vera e propria del teorema di Pitagora avviene con la nota disposizione in due modi diversi di quattro triangoli identici nel quadrato di lato pari alla somma dei cateti. Nella prima disposizione rimane fuori il quadrato sull'ipotenusa, nella seconda i due quadrati costruiti sui cateti.

Giusti avvertiva sempre che per poter considerare questo argomento come una dimostrazione, è necessario avere accertato che i quattro angoli che rimangono nella prima disposizione sono tutti retti, insomma che si tratta di un quadrato e non di un rombo. Questo fatto è provato solo se conosciamo già che la somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto, un risultato in ogni caso propedeutico al



Dimostrazione del teorema di Pitagora.

teorema di Pitagora. Ma non è la dimostrazione il piatto forte della mostra. La dimostrazione, come abbiamo visto basata su un puzzle, è comunque utile per introdurre la possibilità di giocare intorno alla figura con altri puzzles, basati sulla equiscomponibilità. I puzzles rappresentano un invito a verificare il teorema e sono costituiti da alcuni pezzi in legno; sul primo tavolo abbiamo 5 pezzi, sul secondo tavolo abbiamo 7 pezzi. Lasciando i puzzles a disposizione dei visitatori nella mostra, si nota un flusso costante di persone, di tutte le età, che provano a risolverli. Provando a dare un suggerimento a chi si appresta ad allestire una esposizione di matematica, lasciate almeno un puzzle a disposizione, con le modalità più varie, e potete essere certi che i visitatori troveranno gusto nel cercare di sistemarli, e soddisfazione quando riescono a portare a termine l'impresa. Impresa che verrà immediatamente scomposta per ripartire da zero e lasciare spazio al prossimo tentativo.



Alessandra Masala guida due laboratori, sul teorema di Pitagora e sul percorso più breve di caduta dei gravi.

Un ultimo aspetto, su cui ruotano anche alcuni dei laboratori progettati per le scuole, è la possibilità di sostituire ai quadrati altre figure, conservando la similitudine. Cioè si possono costruire sopra i cateti delle semicirconferenze, delle lunule, dei poligoni a forma di stella, e ancora si può verificare la validità del teorema di Pitagora, nel senso che le due figure costruite sopra i cateti hanno la somma delle aree uguale all'area della figura costruita sull'ipotenusa. La verifica viene proposta anche con una bilancia a 2 piatti!

5. "Un ponte sul mediterraneo". Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente

Uno dei personaggi più affascinanti che si incontra nella storia della matematica è sicuramente Leonardo Pisano, detto Fibonacci. Siamo nel Duecento e, nella città di Bugìa, un importante porto dell'Africa settentrionale non lontano da Algeri, suo padre Guglielmo svolge le funzioni di notaio a beneficio dei mercanti pisani. Pisa, come Repubblica Marinara, in quel periodo è attivissima in tutto il Mediterraneo e vive il suo periodo di massimo splendore, testimoniato dal monumentale complesso della piazza dei Miracoli giunto fino a noi.

Venuto a contatto con i nuovi numeri e avendo intuito le loro potenzialità, Guglielmo chiama a sé il figlio ancora fanciullo e lo manda a scuola da un maestro arabo per imparare a usarli. È nella scuola di Bugia che Leonardo viene a conoscenza delle cifre indo-arabe, del sistema posizionale e di tutte le nozioni di carattere algebrico sviluppate dagli arabi che approfondirà nei suoi numerosi viaggi a scopo commerciale in tutto il Mediterraneo.

Tornato in patria nel 1202, Fibonacci scrive il *Liber Abbaci* che costituisce una vera e propria summa dell'Aritmetica pratica dell'epoca.

Il Giardino di Archimede ha dedicato a questa figura una mostra essenzialmente documentaria[GPet], con l'intento principale di raccontare lo straordinario significato storico della sua opera: con essa viene introdotto in Europa il sistema di numerazione indo-arabico, che si rivelerà fondamentale per il fiorire dei commerci e la conseguente nascita del Rinascimento. Qui giova ricordare che l'ultima edizione critica curata da Giusti come storico è stato proprio il *Liber Abbaci*, pubblicata nel 2020 [Fib], mentre l'edizione di un'altra opera di Fibonacci, la *Practica Geometriae*, a cui Giusti stava lavorando negli ultimi anni, è arrivata quasi a compimento.

Il titolo dell'esposizione, "Un ponte sul Mediterraneo", è un chiaro riferimento all'importanza dei rapporti commerciali e culturali tra le sponde del Mediterraneo e, più in generale, tra popoli vicini. La mostra inizia così con un inquadramento storico culturale attraverso un resoconto dell'espansione araba a partire dal VI secolo e della sua crescita scientifica e tecnologica. In particolare Giusti accenna alle fonti arabe da cui si è sviluppato il *Liber Abbaci*, facendo un breve elenco di quanti termini matematici hanno una origine araba, a cominciare da Algebra (*Al-Jabr*), Algoritmo (*Al-Khuwarizmi*), Radice (*Jidhr*), con particolare enfasi naturalmente sullo Zero (*Sifr*, passando da Zefiro, che dà origine anche a Cifra).

Vengono poi affrontati in modo divulgativo alcuni degli aspetti più importanti dell'opera, a partire naturalmente dalla notazione posizionale spiegata da Fibonacci subito dopo aver introdotto nel primo paragrafo le cifre indo-arabe. I metodi descritti per effettuare le quattro operazioni, prima la moltiplicazione, poi l'addizione e la sottrazione ed infine la divisione, che naturalmente ha bisogno dell'introduzione delle frazioni, non sono molto diversi da quelli adottati oggi, insegnati alle scuole elementari, per imparare il cosiddetto *far di conto*.

I capitoli che seguono sono dedicati alla presentazione e alla soluzione di varie questioni commerciali ed alle relative operazioni: compravendite, baratti, cambi, società, coniazione delle monete. D'altra parte il libro non era rivolto agli intellettuali ma in primo luogo ai mercanti ed aveva l'obiettivo di spiegare concetti e strumenti utili per il loro lavoro. Dopo un lungo capitolo di matematica ricreativa, il *Liber Abbaci* termina

con tre capitoli di matematica superiore, che trattano, tra l'altro, argomenti di algebra con le equazioni di primo e secondo grado.

Così, l'algebra, arrivata nella civiltà occidentale grazie al commercio e alle esigenze dei mercanti, diventa ben presto indispensabile in una società in cui è necessario un controllo gestionale delle reti commerciali in grande espansione sia dal punto di vista del volume dei traffici che dell'estensione geografica.

È una rivoluzione che si afferma decisamente, senza possibilità di ritorno: il nuovo sistema numerico viene adottato prima in Toscana, poi in Italia, infine gradualmente in tutta Europa. Nascono i primi assegni e le prime cambiali. Con l'aritmetica commerciale, nasce la possibilità di un sistema assicurativo, necessario quando si trattano grandi capitali e come garanzia per i trasporti marittimi. I registri a partita doppia divengono più facilmente utilizzabili e il loro uso si estende.

Come tutte le novità, il sistema di numerazione indo-arabo trova numerose resistenze da parte delle autorità e per un lungo periodo i nuovi numeri vengono utilizzati nei documenti ufficiali non da soli, ma accanto ai vecchi numeri romani. Nei registri dei Medici a Firenze lentamente i numeri indo-arabi sostituiscono quelli romani fino a che, nel 1482, durante il potere di Lorenzo il Magnifico, solo un libro mastro riporta i risultati nei vecchi numeri romani. In pochi anni i numeri romani scompaiono definitivamente.

Alcuni dei pannelli della mostra sono poi dedicati a problemi risolti nel *Liber Abbaci*: la regola del tre, la falsa posizione e, naturalmente, il notissimo problema dei conigli che dà luogo alla successione di Fibonacci. Un pannello sulle conchiglie e le spirali introduce poi il collegamento tra i numeri di Fibonacci e il rapporto aureo. Non poteva mancare il problema della scacchiera, con la leggenda dei chicchi di riso chiesti per l'invenzione del gioco degli scacchi: Fibonacci col nuovo sistema posizionale calcola la quantità di riso necessaria per riempire ogni casella con il doppio dei chicchi della casella precedente.

L'esposizione termina raccontando la diffusione delle scuole d'abaco, vero e proprio motore della nuova rivoluzione commerciale e finanziaria, soffermandosi su quelle nate nei vari quartieri di Firenze e Pisa. Il *Liber Abbaci* è lo stimolo principale alla diffusione di queste scuole che insegnano ai ragazzi e agli adulti il nuovo sistema numerico. Non sono riservate ai soli mercanti, ma vantano allievi illustri come *Piero della Francesca*, che ha scritto anche un libro d'abaco, *Leonardo da Vinci* e *Niccolò Machiavelli*. In queste scuole le lezioni si tengono in volgare, la nuova lingua del popolo in cui Dante ha scritto *La Divina Commedia*. Di qui la necessità di una traduzione dal latino in volgare e di una semplificazione del *Liber Abbaci* per adattarlo alle esigenze dell'insegnamento. È lo stesso Fibonacci a scrivere un manuale pratico, oggi perduto, con questa funzione. Nella mostra un prestigioso plastico di Firenze medievale, dove possono essere ritrovati i quartieri storici di Santa Maria Novella, Santa Croce, San Giovanni e Santo Spirito (i quattro quartieri che danno luogo ancora oggi all'esibizione del calcio in costume), ci mostra infine l'ubicazione di queste scuole.

5.1. **I laboratori sul conteggio.** Vale la pena aggiungere che alcuni laboratori per le scuole, uniti sotto il titolo "All'inizio del conto (Quando l'uomo iniziò a contare)", descrivono proprio lo sviluppo dei vari sistemi di numerazione nell'antichità, di cui il sistema di numerazione posizionale, introdotto in Europa da Fibonacci e basato sulle cifre indo-arabe, può essere considerato come il punto d'arrivo. Sono proposti i

seguenti laboratori, ognuno graduato a seconda delle classi di età e delle competenze dei ragazzi:

- Numeri e conti presso gli antichi sumeri
- I geroglifici degli antichi egizi
- Le tavole di conto
- Pallottolieri giapponesi
- Bastoncini cinesi per numeri e conti
- Tecniche varie di moltiplicazione
- Bastoncini per moltiplicare e dividere
- Numeri e conti presso i Maya.

Apprendere implica sperimentare in prima persona a partire dai concetti più elementari troppo spesso dati per scontati mentre non lo sono. Un esempio su tutti: metabolizzare il concetto di numero diviene più semplice ed immediato utilizzando i coni di argilla che replicano quelli usati dagli antichi Sumeri a disposizione in uno dei primi laboratori da noi proposti. I "calculi" sostituiscono le dita di una mano insegnando a contare non in modo astratto con la "filastrocca dei numeri", uno, due, tre ... ma associando ad ogni oggetto dell' insieme da contare uno dei coni. I laboratori sul conteggio sono stati sviluppati con la collaborazione di Raffaella Petti, e sono stati messi in opera da Alessandra Masala, che ha guidato la preparazione di molti giovani come animatori del Museo, su cui continuiamo a contare per il futuro.



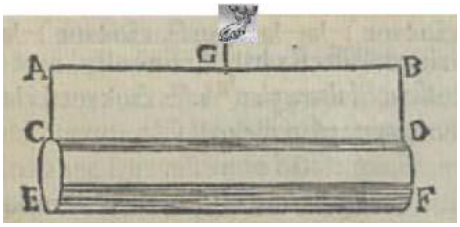
Alessandra Masala conduce un laboratorio sul sistema numerico degli antichi Sumeri.

6. Aiutare la natura. Dalle Mecaniche di Galileo alla vita quotidiana.

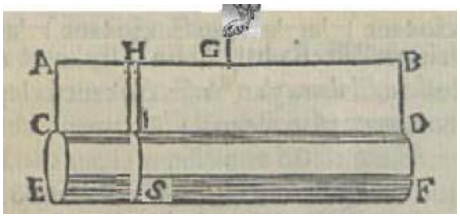
In questa mostra è lo stesso Galileo, attraverso il suo trattato *Le Mecaniche*[Gal], a fare da guida al visitatore che deve comprendere innanzitutto come le macchine non possano compiere mirabilia ingannando la natura, ma possano solo aiutarla rendendo più agevoli operazioni altrimenti molto difficoltose anche se non impossibili in linea di principio. Le macchine esposte al museo sono tutt'oggi in uso in quanto semplici

ed efficaci, tanto da non essere quasi migliorabili, e basate su principi matematici altrettanto semplici e immutabili. Obbediscono tutte al principio di conservazione dell'energia che mantiene costante il prodotto di peso e distanza.

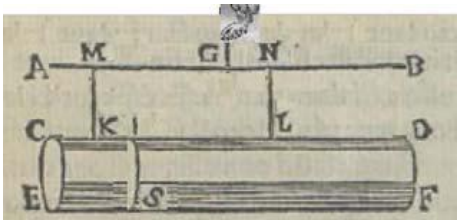
All'inizio dell'esposizione fa bella mostra di sé un mobile ai cui bracci sono attaccati i cinque solidi platonici, in equilibrio grazie alla legge della leva di cui Galileo dà una dimostrazione riprendendo una di quelle archimedee. Si parte da un cilindro omogeneo CDEF appeso per gli estremi a una sbarra AB; se quest'ultima si sospende per il centro G, il sistema sarà in equilibrio.



Tagliamo ora il cilindro in due parti diseguali lungo IS, e teniamo le parti nella posizione precedente mediante le cordicelle HI. Dato che tutti i pesi sono rimasti al loro posto, il sistema resterà in equilibrio.



A questo punto appendiamo i due cilindri CIES e IDSF per i loro centro mediante le cordicelle MK e NL, e tagliamo quelle che li sostenevano agli estremi. I due cilindri, essendo appesi per i loro centri, resteranno ai loro posti e dunque non cambierà nulla: il sistema rimarrà in equilibrio appeso per il punto G.



Fermiamoci ora a considerare la situazione. Abbiamo il cilindro CIES appeso al punto M, e il cilindro IDSF appeso al punto N. Le due distanze GN e MG sono uguali rispettivamente a KI e IL, cioè alla metà delle altezze CI e ID dei due cilindri. Queste altezze sono proporzionali ai pesi dei cilindri, e dunque in conclusione i pesi dei cilindri CIES e IDSF sono proporzionali alle distanze GN e MG. Questa è precisamente la legge della leva. Giusti, utilizzando le figure di Galilei, è riuscito a realizzare una dimostrazione dinamica in cui si passa dalla configurazione con due cilindri appesi agli estremi a quella in cui i cilindri sono appesi al centro, riproducendo in questo modo i




due passaggi chiave della dimostrazione. La validità della legge della leva è confermata dal fatto che entrambe le configurazioni risultano di equilibrio.

In questa mostra i visitatori possono divertirsi ad azionare i vari meccanismi comprendendone il funzionamento. Ci si può sedere su un'altalena come quella di molti parchi giochi in cui le distanze delle sedute dal fulcro possono essere regolate in base al peso delle persone, si può capire quale tipo di carrucola scegliere per sollevare un peso toccando con mano come possa essere gravoso fare la scelta sbagliata, si può misurare con un dinamometro come la forza necessaria a spostare un peso su un piano inclinato dipenda dalla sua inclinazione o ancora provare a far risalire in alto dell'acqua grazie ad una vite di Archimede.



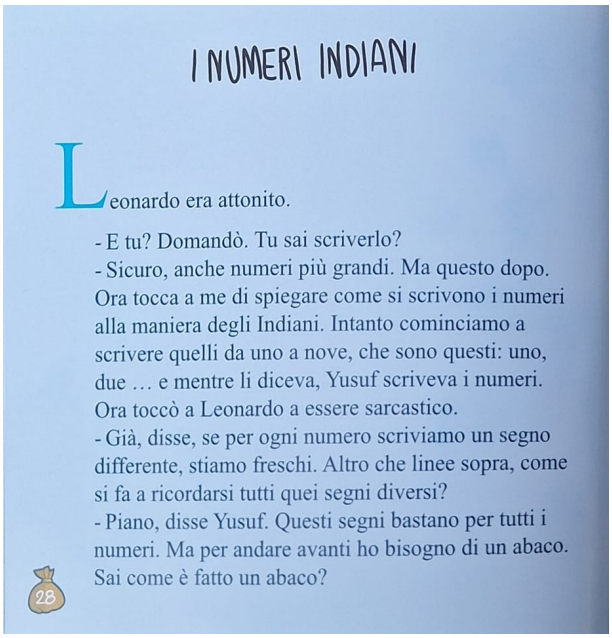
L'altalena a bracci regolabili e altre installazioni della mostra *"Aiutare la natura"*.

7. La collana "Nel mondo dei numeri"

Una collana particolare edita da Il Giardino di Archimede è *"Il mondo dei numeri"*. Si tratta di volumi illustrati, di piccolo formato, che trattano argomenti di matematica sotto la forma del racconto. La collana consiste di 6 volumi, e ha avuto e continua ad avere un grosso successo, con autori Enrico Giusti e Raffaella Petti.

(1) *Leonardo scopre i numeri indiani* (Giusti),
(2) *Awa insegna a contare* (Giusti, tradotto e disponibile anche in inglese),
(3) *Ihmep misura i campi* (Giusti),
(4) *Uri il piccolo sumero* (Petti),
(5) *Il regno di Regiomonte* (Petti),
(6) *Ahmose e i 999.999 lapislazzuli* (Petti).

Nel 2024 apparirà la nuova edizione di *Awa insegna a contare*[G4] e di *Uri il piccolo sumero*[P]. Ci piace presentare tra le figure alcune pagine significative di *Leonardo scopre i numeri indiani*[G3], che non hanno bisogno di spiegazioni per un lettore matematico e illustrano molto bene lo spirito della collana.



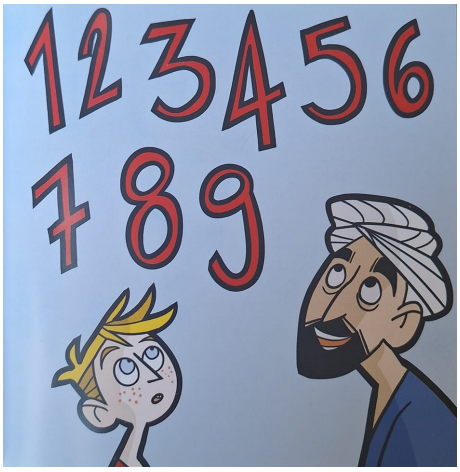
I NUMERI INDIANI

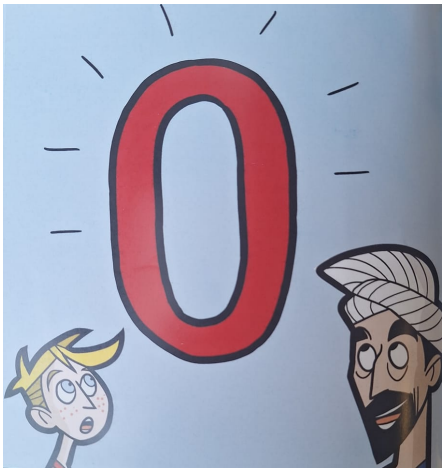
Leonardo era attonito.

- E tu? Domandò. Tu sai scriverlo?
- Sicuro, anche numeri più grandi. Ma questo dopo. Ora tocca a me di spiegare come si scrivono i numeri alla maniera degli Indiani. Intanto cominciamo a scrivere quelli da uno a nove, che sono questi: uno, due … e mentre li diceva, Yusuf scriveva i numeri. Ora toccò a Leonardo a essere sarcastico.
- Già, disse, se per ogni numero scriviamo un segno differente, stiamo freschi. Altro che linee sopra, come si fa a ricordarsi tutti quei segni diversi?
- Piano, disse Yusuf. Questi segni bastano per tutti i numeri. Ma per andare avanti ho bisogno di un abaco. Sai come è fatto un abaco?

28

Una pagina di *Leonardo scopre i numeri indiani*, dove Leonardo è il giovane Fibonacci.





Due illustrazioni da *Leonardo scopre i numeri indiani*.

8. Il Giardino di Archimede oggi

E nel futuro? A breve la realtà virtuale entrerà nelle scuole, alcune delle quali già dal prossimo anno potrebbero avere a disposizione visori per nuove forme di apprendimento; di conseguenza il linguaggio di comunicazione dei musei dovrà sicuramente essere adattato a nuove esigenze. Tuttavia pensiamo di non tradire lo spirito degli ideatori del Giardino di Archimede se crediamo che il visitatore, sia alunno sia cittadino comune, abbia diritto a comprendere la realtà anche con strumenti semplici ed immediati, da toccare con mano. Come in parte già progettate, svilupperemo visite virtuali delle vecchie e delle nuove esposizioni, con l'ausilio di nuove tecnologie. Sicuramente amplieremo anche le attività laboratoriali, in cui ci si possa sedere ad un tavolino condividendo idee, costruendo oggetti e imparando abilità.



La sede del Giardino di Archimede a Priverno.

D'altra parte passeggiando per la città alla scoperta della "matematica segreta" presente nei capolavori architettonici vivremo un'esperienza multisensoriale di arricchimento culturale difficilmente sostituibile da una visita virtuale. Le passeggiate matematiche finora organizzate a Firenze, sviluppando un'iniziativa di Beppe Conti, saranno estese ad altre città toscane.



Beppe Conti spiega il rapporto aureo nella facciata di Palazzo Vecchio durante una passeggiata matematica a Firenze.

Naturalmente tutto questo sarà possibile solo grazie alla partecipazione gli enti con cui collabora la "Fondazione Giardino di Archimede", che ci piace ricordare e ringraziare, cioè

(1) Scuola Normale Superiore,
(2) Università di Firenze,
(3) Università di Pisa,
(4) Università di Siena,
(5) Unione Matematica Italiana,
(6) Istituto Nazionale di Alta Matematica,
(7) Società Italiana di Storia delle Matematiche.

Il Giardino di Archimede è orgoglioso di poter continuare queste prestigiose collaborazioni, ciascuna con la sua specificità, e crediamo che il modo migliore di onorare la memoria di Franco Conti ed Enrico Giusti sia continuare l'avventura scientifica e divulgativa da loro iniziata, nelle tre direzioni principali che abbiamo ricordato: la vita di tutti i giorni, il gioco, la storia.

Bibliografia

[CG] F. Conti, E. Giusti, *Oltre il compasso. La geometria delle curve*, Polistampa, Firenze, 2001.
[Fib] L. Fibonacci, *Liber Abbaci*, edizione critica a cura di E. Giusti, P. D'Alessandro, Biblioteca di "Nuncius", vol. 79, Olschki, Firenze, 2020.
[Gal] G. Galilei, *Le Mecaniche*, in "Opere di Galileo Galilei", vol. 1, Classici della Scienza, Utet, Torino, 1996.
[G1] E. Giusti, *Pitagora e il suo teorema*, Polistampa, Firenze, 2001.
[G2] E. Giusti, *Toccare l'astratto: la matematica al museo.* In "Firenze nel racconto di sette Musei", Musei Welcome Firenze 2023, ed. Sillabe.
[G3] E. Giusti, *Leonardo scopre i numeri indiani*, illustrazioni di Elena Triolo, Il Giardino di Archimede, 2018.
[G4] E. Giusti, *Awa insegna a contare*, illustrazioni di Simone Frasca, Il Giardino di Archimede, Scienza Express, Trieste 2024.
[GPep] E. Giusti, L. Pepe, *La matematica in Italia, 1800 - 1950*, Polistampa, Firenze, 2001.
[GPet] E. Giusti, R. Petti, *Un ponte sul mediterraneo. Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente*, Polistampa, Firenze, 2002.
[P] R. Petti, *Uri il piccolo sumero*, illustrazioni di Simone Frasca, Il Giardino di Archimede, Scienza Express, Trieste 2024.

Giorgio Ottaviani, Università di Firenze
Email address: giorgio.ottaviani@unifi.it

Sabina Tessieri, Il Giardino di Archimede
Email address: sabina.tessieri@sns.it