

La proprietà focale della parabola

Consideriamo la parabola C con fuoco F e direttrice r . C divide il piano in tre regioni, che sono rispettivamente

- i) $\{P | \overline{FP} < d(P, r)\}$, regione convessa "interna" alla parabola.
- ii) $C = \{P | \overline{FP} = d(P, r)\}$, la parabola stessa.
- iii) $\{P | \overline{FP} > d(P, r)\}$, regione "esterna" alla parabola.

Proposizione 0.1 **Costruzione geometrica della tangente** *Sia P un punto di C . Sia H il piede della perpendicolare condotta da P su r . Allora l'asse di FH è tangente a C in P .*

Dimostrazione Sia Q un punto dell'asse. Allora $\overline{FQ} = \overline{QH} \geq d(Q, r)$ e vale l'uguale solo quando H è il piede della perpendicolare condotta da Q su r , cioè quando $Q = P$. Quindi l'asse è contenuto nella regione esterna alla parabola con la sola eccezione del punto P , e quindi coincide con la retta tangente in P .

Corollario 0.2 *Sia P un punto di C . Sia m la retta passante per P perpendicolare alla direttrice (e quindi parallela all'asse). Allora PF e m formano angoli uguali con la tangente in P .*

Per il corollario precedente, un punto che percorre all'interno della parabola una retta perpendicolare alla direttrice (e quindi parallela all'asse), si riflette sulla parabola e poi termina nel fuoco.