14 febbraio 2000

Scritto di Geometria 1

Laurea e Diploma in Matematica – A.A.1998/99

Esercizio 1 Si discuta al variare di $a \in \mathbf{R}$ il seguente sistema

$$\begin{cases} ax + y + z &= 1 \\ x + ay + z &= a \\ x + y + az &= a^2 \end{cases}$$

Esercizio 2 Si considerino in $\mathbf{R}^2$ le coniche

$$C_{s,t}: \ x^2 + (2-2s)xy + ty^2 + 2sx + 2ty + t = 0$$

a) Determinare per quali valori di $s, t \in \mathbf{R}$ $C_{s,t}$ è una circonferenza e trovarne il centro ed il raggio.

b) Fissato $t = 1$ determinare i valori $s \in \mathbf{R}$ tali che $C_{s,1}$ sia degenere e fornire la classificazione affine complessa di tali coniche degeneri.

c) Nel caso $s = t = 1$ trovare le equazioni canoniche reali affine e metrica di $C_{1,1}$.

d) Determinare esplicitamente le trasformazioni di coordinate che mutano l'equazione di $C_{1,1}$ nelle forme canoniche reali affine e metrica.

Esercizio 3 Nello spazio metrico $\mathbf{R}^4$ dotato del prodotto scalare euclideo si consideri il sottospazio W generato da $(4,1,0,2)$, $(0,1,1,0)$, $(4,3,2,2)$.

a) si trovi la proiezione ortogonale di e_4 su W.

b) si trovi la distanza tra e_4 ed il suo simmetrico rispetto a W.

Valutazione:

esercizio 1: 9 punti

esercizio 2: 14 punti

esercizio 3: 9 punti