Didattica della geometria sferica

Erika Martini

Relatore: *Prof. Giorgio Ottaviani*

3 maggio 2007

Struttura del seminario:

- Struttura della tesi
- Attività didattica
- Test di ingresso
- Quattro lezioni svolte

Struttura del seminario:

- Struttura della tesi
- Attività didattica
- Test di ingresso
- Quattro lezioni svolte

Struttura del seminario:

- Struttura della tesi
- Attività didattica
- Test di ingresso
- Quattro lezioni svolte

Struttura del seminario:

- Struttura della tesi
- Attività didattica
- Test di ingresso
- Quattro lezioni svolte

Struttura del seminario:

- Struttura della tesi
- Attività didattica
- Test di ingresso
- Quattro lezioni svolte

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica

- Didattica della geometria sferica

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica

- Didattica della geometria sferica

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica

- Didattica della geometria sferica

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica
  - ⋆ Non esistono rette parallele

- Didattica della geometria sferica

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica
  - ⋆ Non esistono rette parallele
  - ⋆ La somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di due angoli retti

- Didattica della geometria sferica

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica
  - ⋆ Non esistono rette parallele
  - ⋆ La somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di due angoli retti
  - ⋆ Ogni applicazione conforme è una isometria

- Didattica della geometria sferica

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica
  - ⋆ Non esistono rette parallele
  - ⋆ La somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di due angoli retti
  - ⋆ Ogni applicazione conforme è una isometria
- Didattica della geometria sferica
  - ⋆ Assistenza al Laboratorio didattico presso il Liceo scientifico "Il Pontormo" di Empoli

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica
  - ⋆ Non esistono rette parallele
  - ⋆ La somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di due angoli retti
  - ⋆ Ogni applicazione conforme è una isometria
- Didattica della geometria sferica
  - ⋆ Assistenza al Laboratorio didattico presso il Liceo scientifico "Il Pontormo" di Empoli
  - ⋆ Progettazione e preparazione delle lezioni

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica
  - ⋆ Non esistono rette parallele
  - ⋆ La somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di due angoli retti
  - ⋆ Ogni applicazione conforme è una isometria
- Didattica della geometria sferica
  - ⋆ Assistenza al Laboratorio didattico presso il Liceo scientifico "Il Pontormo" di Empoli
  - ⋆ Progettazione e preparazione delle lezioni
  - ⋆ Svolgimento delle lezioni

Struttura della tesi:

- Riflessioni teoriche sulla geometria sferica
  - ⋆ Non esistono rette parallele
  - ⋆ La somma degli angoli interni di un triangolo è maggiore di due angoli retti
  - ⋆ Ogni applicazione conforme è una isometria
- Didattica della geometria sferica
  - ⋆ Assistenza al Laboratorio didattico presso il Liceo scientifico "Il Pontormo" di Empoli
  - ⋆ Progettazione e preparazione delle lezioni
  - ⋆ Svolgimento delle lezioni
  - ⋆ Verifica

Attività didattica

L'attività didattica è stata svolta presso la classe IIE del Liceo classico Michelangelo grazie e sotto la supervisione della Prof.sa Laura Gori.
Sono state svolte:

- 10 ore di ascolto e di comprensione dello svolgimento delle lezioni tenute dalla Prof.sa Gori
- 11 ore di lezioni e verifica sulla geometria sferica

Attività didattica

L'attività didattica è stata svolta presso la classe IIE del Liceo classico Michelangelo grazie e sotto la supervisione della Prof.sa Laura Gori.
Sono state svolte:

- 10 ore di ascolto e di comprensione dello svolgimento delle lezioni tenute dalla Prof.sa Gori
- 11 ore di lezioni e verifica sulla geometria sferica

Attività didattica

L'attività didattica è stata svolta presso la classe IIE del Liceo classico Michelangelo grazie e sotto la supervisione della Prof.sa Laura Gori.
Sono state svolte:

- 10 ore di ascolto e di comprensione dello svolgimento delle lezioni tenute dalla Prof.sa Gori
- 11 ore di lezioni e verifica sulla geometria sferica

Attività didattica

Gli obiettivi di questa attività sono:

- Introduzione di una nuova geometria rispetto a quella "usuale" euclidea
- Migliorare la comprensione della geometria euclidea tramite riflessioni sulla geometria sferica
- Aumentare la capacità di immaginazione tridimensionale geometrica
- Mostrare i principali risultati sulle geometria sferica, anche in relazione agli analoghi in geometria euclidea
- Appassionare la classe a questo nuovo argomento

Attività didattica

Gli obiettivi di questa attività sono:

- Introduzione di una nuova geometria rispetto a quella "usuale" euclidea
- Migliorare la comprensione della geometria euclidea tramite riflessioni sulla geometria sferica
- Aumentare la capacità di immaginazione tridimensionale geometrica
- Mostrare i principali risultati sulle geometria sferica, anche in relazione agli analoghi in geometria euclidea
- Appassionare la classe a questo nuovo argomento

Attività didattica

Gli obiettivi di questa attività sono:

- Introduzione di una nuova geometria rispetto a quella "usuale" euclidea
- Migliorare la comprensione della geometria euclidea tramite riflessioni sulla geometria sferica
- Aumentare la capacità di immaginazione tridimensionale geometrica
- Mostrare i principali risultati sulle geometria sferica, anche in relazione agli analoghi in geometria euclidea
- Appassionare la classe a questo nuovo argomento

Attività didattica

Gli obiettivi di questa attività sono:

- Introduzione di una nuova geometria rispetto a quella "usuale" euclidea
- Migliorare la comprensione della geometria euclidea tramite riflessioni sulla geometria sferica
- Aumentare la capacità di immaginazione tridimensionale geometrica
- Mostrare i principali risultati sulle geometria sferica, anche in relazione agli analoghi in geometria euclidea
- Appassionare la classe a questo nuovo argomento

Attività didattica

Gli obiettivi di questa attività sono:

- Introduzione di una nuova geometria rispetto a quella "usuale" euclidea
- Migliorare la comprensione della geometria euclidea tramite riflessioni sulla geometria sferica
- Aumentare la capacità di immaginazione tridimensionale geometrica
- Mostrare i principali risultati sulle geometria sferica, anche in relazione agli analoghi in geometria euclidea
- Appassionare la classe a questo nuovo argomento

Attività didattica

Gli obiettivi di questa attività sono:

- Introduzione di una nuova geometria rispetto a quella "usuale" euclidea
- Migliorare la comprensione della geometria euclidea tramite riflessioni sulla geometria sferica
- Aumentare la capacità di immaginazione tridimensionale geometrica
- Mostrare i principali risultati sulle geometria sferica, anche in relazione agli analoghi in geometria euclidea
- Appassionare la classe a questo nuovo argomento

Attività didattica

Osservazioni formulate durante le ore di lezione tenute dalla Prof.sa Gori sulle modalità di insegnamento:

- Gli studenti non chiedono spiegazioni all'insegnante se non hanno capito qualche concetto
- Alle domande dell'insegnante gli alunni rispondono spontaneamente e vivacemente
- La classe è solita discutere su dei quesiti proposti dall'insegnante, formulando e sostenendo delle ipotesi che vengono poi dibattute tra gli studenti fino ad arrivare alla conclusione finale.

Attività didattica

Osservazioni formulate durante le ore di lezione tenute dalla Prof.sa Gori sulle modalità di insegnamento:

- Gli studenti non chiedono spiegazioni all'insegnante se non hanno capito qualche concetto
- Alle domande dell'insegnante gli alunni rispondono spontaneamente e vivacemente
- La classe è solita discutere su dei quesiti proposti dall'insegnante, formulando e sostenendo delle ipotesi che vengono poi dibattute tra gli studenti fino ad arrivare alla conclusione finale. Infine, è abitudine far riepilogare la formulazione d'ipotesi, il ragionamento seguito e la tesi ad uno studente

Attività didattica

Osservazioni formulate durante le ore di lezione tenute dalla Prof.sa Gori sulle modalità di insegnamento:

- Gli studenti non chiedono spiegazioni all'insegnante se non hanno capito qualche concetto
- Alle domande dell'insegnante gli alunni rispondono spontaneamente e vivacemente
- La classe è solita discutere su dei quesiti proposti dall'insegnante, formulando e sostenendo delle ipotesi che vengono poi dibattute tra gli studenti fino ad arrivare alla conclusione finale. Infine, è abitudine far riepilogare la formulazione d'ipotesi, il ragionamento seguito e la tesi ad uno studente

Attività didattica

Osservazioni formulate durante le ore di lezione tenute dalla Prof.sa Gori sulle modalità di insegnamento:

- Gli studenti non chiedono spiegazioni all'insegnante se non hanno capito qualche concetto
- Alle domande dell'insegnante gli alunni rispondono spontaneamente e vivacemente
- La classe è solita discutere su dei quesiti proposti dall'insegnante, formulando e sostenendo delle ipotesi che vengono poi dibattute tra gli studenti fino ad arrivare alla conclusione finale. Infine, è abitudine far riepilogare la formulazione d'ipotesi, il ragionamento seguito e la tesi ad uno studente

Attività didattica

Osservazioni formulate durante le ore di lezione tenute dalla Prof.sa Gori sulle modalità di insegnamento:

- Gli studenti non chiedono spiegazioni all'insegnante se non hanno capito qualche concetto
- Alle domande dell'insegnante gli alunni rispondono spontaneamente e vivacemente
- La classe è solita discutere su dei quesiti proposti dall'insegnante, formulando e sostenendo delle ipotesi che vengono poi dibattute tra gli studenti fino ad arrivare alla conclusione finale. Infine, è abitudine far riepilogare la formulazione d'ipotesi, il ragionamento seguito e la tesi ad uno studente

Attività didattica

Osservazioni formulate durante le ore di lezione tenute dalla Prof.sa Gori sulle modalità di insegnamento:

- Gli alunni con alcune idee nuove o dubbi pertinenti circa l'argomento in questione non espongono a tutta la classe, ma solo al compagno

Attività didattica

Osservazioni formulate durante le ore di lezione tenute dalla Prof.sa Gori sulle modalità di insegnamento:

- Gli alunni con alcune idee nuove o dubbi pertinenti circa l'argomento in questione non espongono a tutta la classe, ma solo al compagno

Attività didattica

L'attività si è svolta con il seguente criterio:

- 1 h $\mapsto$ test di ingresso
- 8 h $\mapsto$ lezioni suddivise in quattro incontri
- 1 h $\mapsto$ test finale
- 1 h $\mapsto$ presentazione dei risultati del test finale alla classe

Attività didattica

L'attività si è svolta con il seguente criterio:

- 1 h $\mapsto$ test di ingresso
- 8 h $\mapsto$ lezioni suddivise in quattro incontri
- 1 h $\mapsto$ test finale
- 1 h $\mapsto$ presentazione dei risultati del test finale alla classe

Attività didattica

L'attività si è svolta con il seguente criterio:

- 1 h $\mapsto$ test di ingresso
- 8 h $\mapsto$ lezioni suddivise in quattro incontri
- 1 h $\mapsto$ test finale
- 1 h $\mapsto$ presentazione dei risultati del test finale alla classe

Attività didattica

L'attività si è svolta con il seguente criterio:

- 1 h $\mapsto$ test di ingresso
- 8 h $\mapsto$ lezioni suddivise in quattro incontri
- 1 h $\mapsto$ test finale
- 1 h $\mapsto$ presentazione dei risultati del test finale alla classe

Attività didattica

L'attività si è svolta con il seguente criterio:

- 1 h $\mapsto$ test di ingresso
- 8 h $\mapsto$ lezioni suddivise in quattro incontri
- 1 h $\mapsto$ test finale
- 1 h $\mapsto$ presentazione dei risultati del test finale alla classe

Attività didattica

Per migliorare la comprensione della geometria sferica sono stati seguiti i seguenti spunti:

- Divisione della classe in gruppi
- Utilizzo di sfere bianche sulle quali poter disegnare e tracciare circonferenze massime e utilizzo di sfere colorate
- Consegna di schede contenenti lo schema della lezione svolta e degli esercizi

Attività didattica

Per migliorare la comprensione della geometria sferica sono stati seguiti i seguenti spunti:

- Divisione della classe in gruppi
- Utilizzo di sfere bianche sulle quali poter disegnare e tracciare circonferenze massime e utilizzo di sfere colorate
- Consegna di schede contenenti lo schema della lezione svolta e degli esercizi

Attività didattica

Per migliorare la comprensione della geometria sferica sono stati seguiti i seguenti spunti:

- Divisione della classe in gruppi
- Utilizzo di sfere bianche sulle quali poter disegnare e tracciare circonferenze massime e utilizzo di sfere colorate
- Consegna di schede contenenti lo schema della lezione svolta e degli esercizi

Attività didattica

Per migliorare la comprensione della geometria sferica sono stati seguiti i seguenti spunti:

- Divisione della classe in gruppi
- Utilizzo di sfere bianche sulle quali poter disegnare e tracciare circonferenze massime e utilizzo di sfere colorate
- Consegna di schede contenenti lo schema della lezione svolta e degli esercizi

Test di ingresso

"Quali sono le capacità che questo test cerca di evidenziare?"

- visione geometrica tridimensionale
- capacità intuitiva circa nozioni ancora sconosciute
- abilità di ragionamento
- profondità di acquisizione dei concetti fondamentali euclidei

Test di ingresso

"Quali sono le capacità che questo test cerca di evidenziare?"

- visione geometrica tridimensionale
- capacità intuitiva circa nozioni ancora sconosciute
- abilità di ragionamento
- profondità di acquisizione dei concetti fondamentali euclidei

Test di ingresso

"Quali sono le capacità che questo test cerca di evidenziare?"

- visione geometrica tridimensionale
- capacità intuitiva circa nozioni ancora sconosciute
- abilità di ragionamento
- profondità di acquisizione dei concetti fondamentali euclidei

Test di ingresso

"Quali sono le capacità che questo test cerca di evidenziare?"

- visione geometrica tridimensionale
- capacità intuitiva circa nozioni ancora sconosciute
- abilità di ragionamento
- profondità di acquisizione dei concetti fondamentali euclidei

Test di ingresso

"Quali sono le capacità che questo test cerca di evidenziare?"

- visione geometrica tridimensionale
- capacità intuitiva circa nozioni ancora sconosciute
- abilità di ragionamento
- profondità di acquisizione dei concetti fondamentali euclidei

Test di ingresso

"Quali sono le nozioni principali su cui si baserà questa esperienza intuibili anche senza conoscenze specifiche?"

- concetto di sfera e di superficie sferica e loro differenze
- casi particolari di geodetiche sulla superficie sferica
- distanza ed angolo in geometria sferica
- numero di rette passanti per due o tre punti in geometria sferica
- intersezione di rette in geometria sferica
- fuso sferico

Test di ingresso

"Quali sono le nozioni principali su cui si baserà questa esperienza intuibili anche senza conoscenze specifiche?"

- concetto di sfera e di superficie sferica e loro differenze
- casi particolari di geodetiche sulla superficie sferica
- distanza ed angolo in geometria sferica
- numero di rette passanti per due o tre punti in geometria sferica
- intersezione di rette in geometria sferica
- fuso sferico

Test di ingresso

“Quali sono le nozioni principali su cui si baserà questa esperienza intuibili anche senza conoscenze specifiche?”

- concetto di sfera e di superficie sferica e loro differenze
- casi particolari di geodetiche sulla superficie sferica
- distanza ed angolo in geometria sferica
- numero di rette passanti per due o tre punti in geometria sferica
- intersezione di rette in geometria sferica
- fuso sferico

Test di ingresso

"Quali sono le nozioni principali su cui si baserà questa esperienza intuibili anche senza conoscenze specifiche?"

- concetto di sfera e di superficie sferica e loro differenze
- casi particolari di geodetiche sulla superficie sferica
- distanza ed angolo in geometria sferica
- numero di rette passanti per due o tre punti in geometria sferica
- intersezione di rette in geometria sferica
- fuso sferico

Test di ingresso

"Quali sono le nozioni principali su cui si baserà questa esperienza intuibili anche senza conoscenze specifiche?"

- concetto di sfera e di superficie sferica e loro differenze
- casi particolari di geodetiche sulla superficie sferica
- distanza ed angolo in geometria sferica
- numero di rette passanti per due o tre punti in geometria sferica
- intersezione di rette in geometria sferica
- fuso sferico

Test di ingresso

"Quali sono le nozioni principali su cui si baserà questa esperienza intuibili anche senza conoscenze specifiche?"

- concetto di sfera e di superficie sferica e loro differenze
- casi particolari di geodetiche sulla superficie sferica
- distanza ed angolo in geometria sferica
- numero di rette passanti per due o tre punti in geometria sferica
- intersezione di rette in geometria sferica
- fuso sferico

Test di ingresso

"Quali sono le nozioni principali su cui si baserà questa esperienza intuibili anche senza conoscenze specifiche?"

- concetto di sfera e di superficie sferica e loro differenze
- casi particolari di geodetiche sulla superficie sferica
- distanza ed angolo in geometria sferica
- numero di rette passanti per due o tre punti in geometria sferica
- intersezione di rette in geometria sferica
- fuso sferico

Test di ingresso

Domanda 1.

Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere o false.

		SUP.SF.	SFERA
(i)	Solido che si ottiene dalla rotazione completa di una semicirconferenza attorno al proprio diametro	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	V ()	VUOTO	GIUSTA
(i)	4	4	8	1	1	0	V F

		SUP.SF.	SFERA
(v)	Insieme di punti nel piano che hanno uguale distanza da un punto fisso	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	VUOTO	GIUSTA
(v)	2	8	2	5	1	F F

Test di ingresso

Domanda 1.

Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere o false.

		SUP.SF.	SFERA
(i)	Solido che si ottiene dalla rotazione completa di una semicirconferenza attorno al proprio diametro	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	V ()	VUOTO	GIUSTA
(i)	4	4	8	1	1	0	V F

		SUP.SF.	SFERA
(v)	Insieme di punti nel piano che hanno uguale distanza da un punto fisso	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	VUOTO	GIUSTA
(v)	2	8	2	5	1	F F

Test di ingresso

Domanda 1.

Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere o false.

		SUP.SF.	SFERA
(i)	Solido che si ottiene dalla rotazione completa di una semicirconferenza attorno al proprio diametro	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	V ()	VUOTO	GIUSTA
(i)	4	4	8	1	1	0	V F

		SUP.SF.	SFERA
(v)	Insieme di punti nel piano che hanno uguale distanza da un punto fisso	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	VUOTO	GIUSTA
(v)	2	8	2	5	1	F F

Domanda 1.

Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere o false.

		SUP.SF.	SFERA
(i)	Solido che si ottiene dalla rotazione completa di una semicirconferenza attorno al proprio diametro	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	V ()	VUOTO	GIUSTA
(i)	4	4	8	1	1	0	V F

		SUP.SF.	SFERA
(v)	Insieme di punti nel piano che hanno uguale distanza da un punto fisso	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	VUOTO	GIUSTA
(v)	2	8	2	5	1	F F

Test di ingresso

Domanda 1.

Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere o false.

		SUP.SF.	SFERA
(i)	Solido che si ottiene dalla rotazione completa di una semicirconferenza attorno al proprio diametro	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	V ()	VUOTO	GIUSTA
(i)	4	4	8	1	1	0	V F

		SUP.SF.	SFERA
(v)	Insieme di punti nel piano che hanno uguale distanza da un punto fisso	V F	V F

	V V	V F	F V	F F	VUOTO	GIUSTA
(v)	2	8	2	5	1	F F

Test di ingresso

Domanda 3.

Quanto valgono area di una superficie sferica e volume di una sfera di raggio R?

(A)	Area$=2\pi R$	Volume$=4\pi R^2$
(B)	Area$=2\pi R^2$	Volume$=4\pi R^3$
(C)	Area$=2\pi R^2$	Volume$=\frac{4}{3}\pi R^3$
(D)	Area$=4\pi R^2$	Volume$=\frac{4}{3}\pi R^3$
(E)	Area$=4\pi R^2$	Volume$=\frac{2}{3}\pi R^3$

A	B	C	D	E	VUOTO	MULTIPLE
2	8 (di cui una V,F)	4 (di cui una V,F)	0	1	2	1 (A+C+E)

Domanda 3.

Quanto valgono area di una superficie sferica e volume di una sfera di raggio R?

(A)	Area$=2\pi R$	Volume$=4\pi R^2$
(B)	Area$=2\pi R^2$	Volume$=4\pi R^3$
(C)	Area$=2\pi R^2$	Volume$=\frac{4}{3}\pi R^3$
(D)	Area$=4\pi R^2$	Volume$=\frac{4}{3}\pi R^3$
(E)	Area$=4\pi R^2$	Volume$=\frac{2}{3}\pi R^3$

A	B	C	D	E	VUOTO	MULTIPLE
2	8 (di cui una V,F)	4 (di cui una V,F)	0	1	2	1 (A+C+E)

Domanda 3.

Quanto valgono area di una superficie sferica e volume di una sfera di raggio R?

(A)	Area$=2\pi R$	Volume$=4\pi R^2$
(B)	Area$=2\pi R^2$	Volume$=4\pi R^3$
(C)	Area$=2\pi R^2$	Volume$=\frac{4}{3}\pi R^3$
(D)	Area$=4\pi R^2$	Volume$=\frac{4}{3}\pi R^3$
(E)	Area$=4\pi R^2$	Volume$=\frac{2}{3}\pi R^3$

A	B	C	D	E	VUOTO	MULTIPLE
2	8 (di cui una V,F)	4 (di cui una V,F)	0	1	2	1 (A+C+E)

Test di ingresso

Domanda 7: definizioni preliminari

Si definisce circonferenza massima una circonferenza sulla superficie sferica avente raggio massimo, ovvero il raggio della sfera.

Si definiscono punti antipodali due punti appartenenti alla superficie sferica che sono opposti rispetto ad un diametro (ad esempio il Polo Nord ed il Polo Sud sono due punti antipodali della Terra).

Test di ingresso

Domanda 7: definizioni preliminari

Si definisce circonferenza massima una circonferenza sulla superficie sferica avente raggio massimo, ovvero il raggio della sfera.

Si definiscono punti antipodali due punti appartenenti alla superficie sferica che sono opposti rispetto ad un diametro (ad esempio il Polo Nord ed il Polo Sud sono due punti antipodali della Terra).

Test di ingresso

Domanda 7: definizioni preliminari

Si definisce circonferenza massima una circonferenza sulla superficie sferica avente raggio massimo, ovvero il raggio della sfera.

Si definiscono punti antipodali due punti appartenenti alla superficie sferica che sono opposti rispetto ad un diametro (ad esempio il Polo Nord ed il Polo Sud sono due punti antipodali della Terra).

Test di ingresso

Domanda 7.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere o false sulla superficie sferica:

(*ATTENZIONE:* ci può essere più di una risposta corretta)

(A)	Per due punti antipodali passa una ed una sola circonferenza massima	V	F
(B)	Per due punti qualsiasi passa almeno una circonferenza massima	V	F
(C)	Per tre punti qualsiasi passa una ed una sola circonferenza massima	V	F
(D)	Per tre punti che appartengono all'intersezione tra la sfera ed un piano passante per il centro della sfera, passa almeno una circonferenza massima	V	F
(E)	Per tre punti che appartengono all'intersezione tra la sfera ed un piano passante per il centro della sfera, non passa alcuna circonferenza massima	V	F

Test di ingresso

Domanda 7.

Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere o false sulla superficie sferica:
(*ATTENZIONE:* ci può essere più di una risposta corretta)

(A)	Per due punti antipodali passa una ed una sola circonferenza massima	V	F
(B)	Per due punti qualsiasi passa almeno una circonferenza massima	V	F
(C)	Per tre punti qualsiasi passa una ed una sola circonferenza massima	V	F
(D)	Per tre punti che appartengono all'intersezione tra la sfera ed un piano passante per il centro della sfera, passa almeno una circonferenza massima	V	F
(E)	Per tre punti che appartengono all'intersezione tra la sfera ed un piano passante per il centro della sfera, non passa alcuna circonferenza massima	V	F

Test di ingresso

Esito domanda 7

B+D	A+D	A+E	A+C+E	C+D+E	A+C+D
2	5	3	1	1	1
C+E	C+D	C (D,E vuote)	B (D,E vuote)	A+B+C+E	
1	1	1	1	1	

Test di ingresso

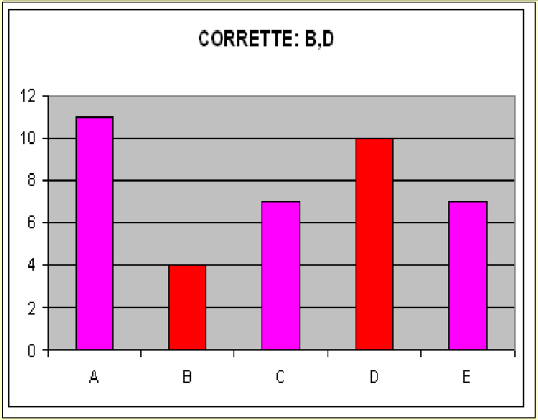
Esito domanda 7: conteggio delle risposte multiple ed eliminazione delle risposte non capite

A	B	C	D	E
11	4	7	10	7

Test di ingresso

Esito domanda 7: conteggio delle risposte multiple ed eliminazione delle risposte non capite

A	B	C	D	E
11	4	7	10	7



Domanda 9.

Un piano perpendicolare ad un raggio R della sfera e passante per l'estremo di questo raggio sulla superficie sferica, è:
(*ATTENZIONE:* ci può essere più di una risposta corretta)

(A)	Il piano tangente alla sfera nel punto di intersezione del raggio con la sfera	V	F
(B)	Un piano passante per l'estremo di un raggio e la cui intersezione con la superficie sferica forma una circonferenza massima	V	F
(C)	Un piano passante per l'estremo di un raggio e la cui intersezione con la sfera forma una circonferenza	V	F
(D)	Un piano passante per l'estremo di un raggio e la cui intersezione con la sfera è un punto	V	F
(E)	Un piano contenente il raggio R della sfera	V	F

Test di ingresso

Domanda 9.

Un piano perpendicolare ad un raggio R della sfera e passante per l'estremo di questo raggio sulla superficie sferica, è:
(*ATTENZIONE:* ci può essere più di una risposta corretta)

(A)	Il piano tangente alla sfera nel punto di intersezione del raggio con la sfera	V	F
(B)	Un piano passante per l'estremo di un raggio e la cui intersezione con la superficie sferica forma una circonferenza massima	V	F
(C)	Un piano passante per l'estremo di un raggio e la cui intersezione con la sfera forma una circonferenza	V	F
(D)	Un piano passante per l'estremo di un raggio e la cui intersezione con la sfera è un punto	V	F
(E)	Un piano contenente il raggio R della sfera	V	F

Esito domanda 9

A	A+D	C+D	C+E	A+C
2	7	2	1	1
A+B+C+D	A+D+E	B+D (A,E vuote)	A+E	VUOTO
1	1	1	1	1

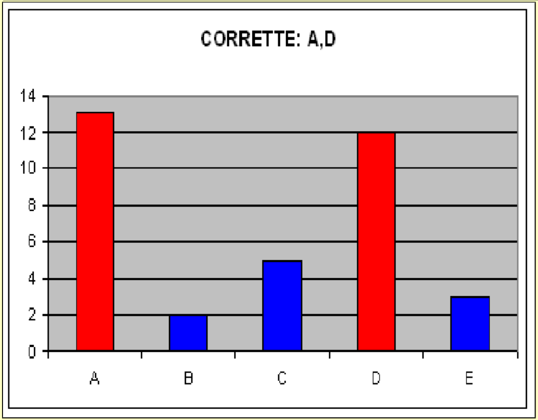
Test di ingresso

Esito domanda 9: conteggio delle risposte multiple ed eliminazione delle risposte non capite

A	B	C	D	E
13	2	5	12	3

Esito domanda 9: conteggio delle risposte multiple ed eliminazione delle risposte non capite

A	B	C	D	E
13	2	5	12	3



Test di ingresso

Commenti sull'esito del test di ingresso: risultati inaspettati

- difficoltà riscontrate nell'evidenziare le differenze tra sfera e superficie sferica, in quanto pensavo che questi argomenti fossero chiari ed assodati
- problemi a memorizzare delle formule matematiche elementari
- buona visione tridimensionale di nozioni conosciute
- discreta intuizione circa argomenti sconosciuti

Test di ingresso

Commenti sull'esito del test di ingresso: risultati inaspettati

- difficoltà riscontrate nell'evidenziare le differenze tra sfera e superficie sferica, in quanto pensavo che questi argomenti fossero chiari ed assodati
- problemi a memorizzare delle formule matematiche elementari
- buona visione tridimensionale di nozioni conosciute
- discreta intuizione circa argomenti sconosciuti

Test di ingresso

Commenti sull'esito del test di ingresso: risultati inaspettati

- difficoltà riscontrate nell'evidenziare le differenze tra sfera e superficie sferica, in quanto pensavo che questi argomenti fossero chiari ed assodati
- problemi a memorizzare delle formule matematiche elementari
- buona visione tridimensionale di nozioni conosciute
- discreta intuizione circa argomenti sconosciuti

Test di ingresso

Commenti sull'esito del test di ingresso: risultati inaspettati

- difficoltà riscontrate nell'evidenziare le differenze tra sfera e superficie sferica, in quanto pensavo che questi argomenti fossero chiari ed assodati
- problemi a memorizzare delle formule matematiche elementari
- buona visione tridimensionale di nozioni conosciute
- discreta intuizione circa argomenti sconosciuti

Test di ingresso

Commenti sull'esito del test di ingresso: risultati inaspettati

- difficoltà riscontrate nell'evidenziare le differenze tra sfera e superficie sferica, in quanto pensavo che questi argomenti fossero chiari ed assodati
- problemi a memorizzare delle formule matematiche elementari
- buona visione tridimensionale di nozioni conosciute
- discreta intuizione circa argomenti sconosciuti

La geometria sferica sulla Terra

La geometria sferica della Terra viene approssimata in molte applicazioni dalla geometria euclidea.
Perché?
Per esperienze locali la sfericità della Terra viene approssimata con un piano $\rightsquigarrow$ geometria euclidea

Per esperienze di più ampio respiro si deve tener conto della sfericità della Terra $\rightsquigarrow$ geometria sferica

Prima lezione

La geometria sferica sulla Terra

La geometria sferica della Terra viene approssimata in molte applicazioni dalla geometria euclidea.

Perché?

Per esperienze locali la sfericità della Terra viene approssimata con un piano $\rightsquigarrow$ geometria euclidea

Per esperienze di più ampio respiro si deve tener conto della sfericità della Terra $\rightsquigarrow$ geometria sferica

Prima lezione

La geometria sferica sulla Terra

La geometria sferica della Terra viene approssimata in molte applicazioni dalla geometria euclidea.
Perché?
Per esperienze locali la sfericità della Terra viene approssimata con un piano $\rightsquigarrow$ geometria euclidea

Per esperienze di più ampio respiro si deve tener conto della sfericità della Terra $\rightsquigarrow$ geometria sferica

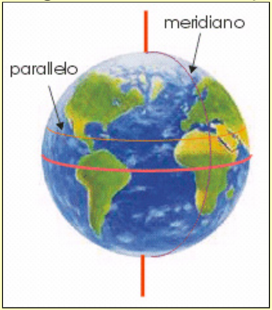
La geometria sferica sulla Terra

La geometria sferica della Terra viene approssimata in molte applicazioni dalla geometria euclidea.
Perché?
Per esperienze locali la sfericità della Terra viene approssimata con un piano $\rightsquigarrow$ geometria euclidea

Per esperienze di più ampio respiro si deve tener conto della sfericità della Terra $\rightsquigarrow$ geometria sferica

Meridiani e paralleli terrestri

Abbiamo osservato che i meridiani terrestri hanno tutti la stessa lunghezza, mentre i paralleli no.



Latitudine e longitudine terrestre

- Latitudine: distanza angolare di un punto dall'equatore (misurata lungo il meridiano che passa per quel punto)
- Longitudine: distanza angolare di un punto dal meridiano fondamentale

Prima lezione

Latitudine e longitudine terrestre

- Latitudine: distanza angolare di un punto dall'equatore (misurata lungo il meridiano che passa per quel punto)
- Longitudine: distanza angolare di un punto dal meridiano fondamentale

Latitudine e longitudine terrestre

- Latitudine: distanza angolare di un punto dall'equatore (misurata lungo il meridiano che passa per quel punto)
- Longitudine: distanza angolare di un punto dal meridiano fondamentale

Superficie sferica e sfera

- Superficie sferica: insieme dei punti nello spazio che hanno uguale distanza da un punto fisso
- Sfera: insieme dei punti nello spazio che hanno minore o uguale distanza da un punto fisso

Superficie sferica e sfera

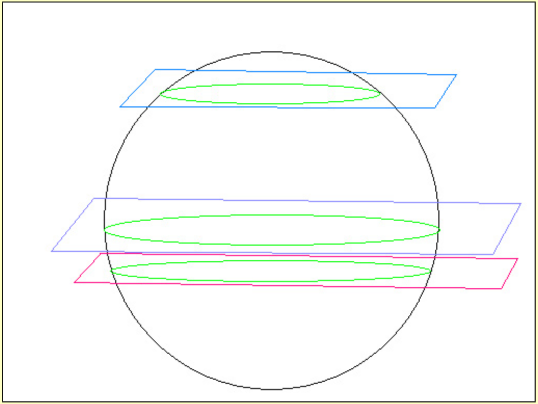
- Superficie sferica: insieme dei punti nello spazio che hanno uguale distanza da un punto fisso
- Sfera: insieme dei punti nello spazio che hanno minore o uguale distanza da un punto fisso

Superficie sferica e sfera

- Superficie sferica: insieme dei punti nello spazio che hanno uguale distanza da un punto fisso
- Sfera: insieme dei punti nello spazio che hanno minore o uguale distanza da un punto fisso

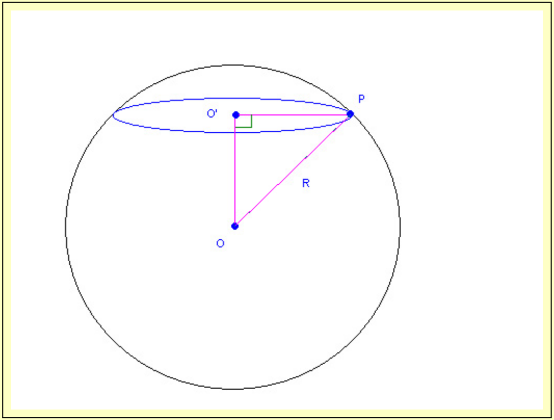
Prima lezione

Intersezione di una superficie sferica con vari piani



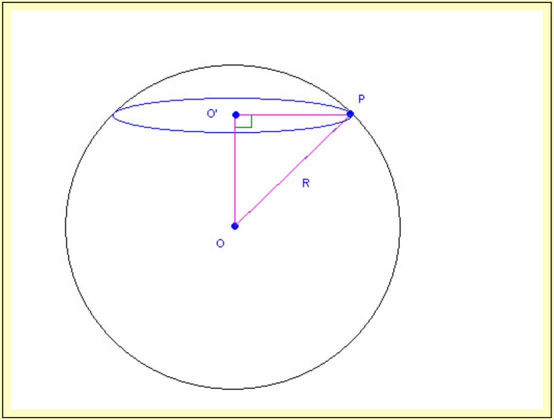
Intersezione di una superficie sferica con vari piani

$$distanza(P, O') = \sqrt{R^2 - \overline{OO'}^2}$$



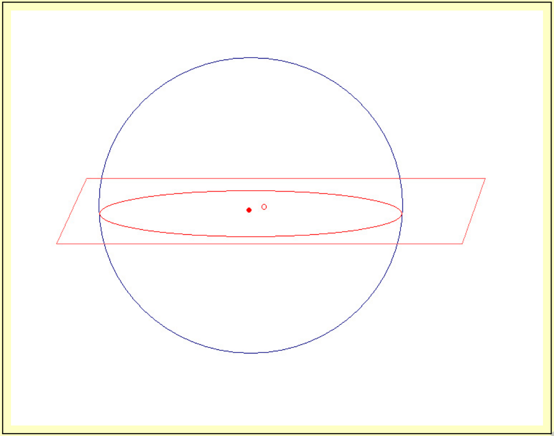
Intersezione di una superficie sferica con vari piani

$$distanza(P, O') = \sqrt{R^2 - \overline{OO'}^2}$$



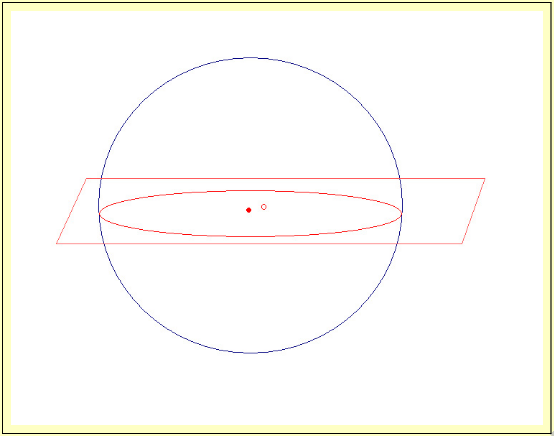
Intersezione di una superficie sferica con vari piani

Se il piano passa per il centro della superficie sferica $\Rightarrow$ la circonferenza che si crea ha raggio massimo ed è perció detta circonferenza massima



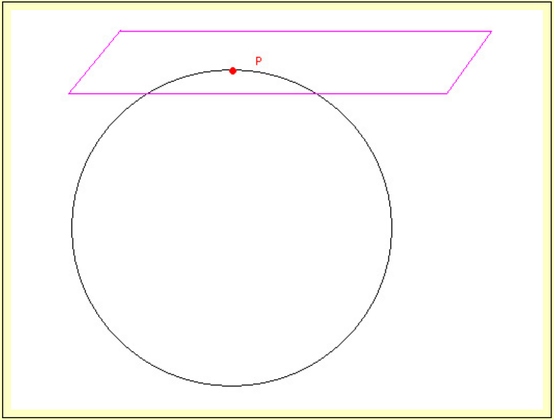
Intersezione di una superficie sferica con vari piani

Se il piano passa per il centro della superficie sferica $\Rightarrow$ la circonferenza che si crea ha raggio massimo ed è perció detta circonferenza massima



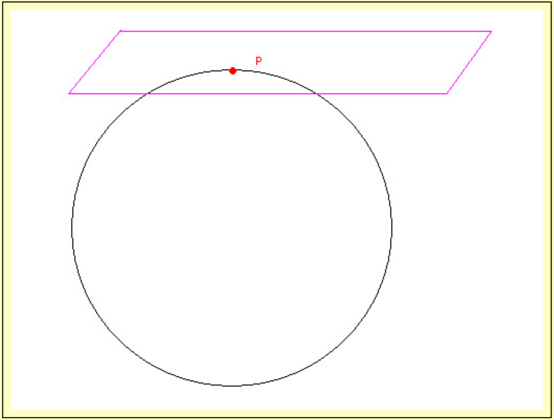
Intersezione di una superficie sferica con vari piani

Se il piano è tangente alla superficie sferica $\Rightarrow$ l'intersezione con la superficie sferica è solo un punto



Intersezione di una superficie sferica con vari piani

Se il piano è tangente alla superficie sferica $\Rightarrow$ l'intersezione con la superficie sferica è solo un punto



Intersezione di una superficie sferica con vari piani

L'intersezione tra una superficie sferica ed un piano qualsiasi può essere:

- l'insieme vuoto
- un punto
- una circonferenza
- una circonferenza massima

Intersezione di una superficie sferica con vari piani

L'intersezione tra una superficie sferica ed un piano qualsiasi può essere:

- l'insieme vuoto
- un punto
- una circonferenza
- una circonferenza massima

Intersezione di una superficie sferica con vari piani

L'intersezione tra una superficie sferica ed un piano qualsiasi può essere:

- l'insieme vuoto
- un punto
- una circonferenza
- una circonferenza massima

Intersezione di una superficie sferica con vari piani

L'intersezione tra una superficie sferica ed un piano qualsiasi può essere:

- l'insieme vuoto
- un punto
- una circonferenza
- una circonferenza massima

Intersezione di una superficie sferica con vari piani

L'intersezione tra una superficie sferica ed un piano qualsiasi può essere:

- l'insieme vuoto
- un punto
- una circonferenza
- una circonferenza massima

Intersezione di una superficie sferica con vari piani

L'intersezione tra una superficie sferica ed un piano qualsiasi può essere:

- l'insieme vuoto
- un punto
- una circonferenza
- una circonferenza massima

Definizione di punto,retta e piano in geometria sferica

Punto

Un punto è un punto sulla superficie sferica.

Retta

Una retta è una circonferenza massima.

Piano

Il piano è la superficie sferica.

Definizione di punto,retta e piano in geometria sferica

Punto

Un punto è un punto sulla superficie sferica.

Retta

Una retta è una circonferenza massima.

Piano

Il piano è la superficie sferica.

Seconda lezione

Definizione di punto,retta e piano in geometria sferica

Punto

Un punto è un punto sulla superficie sferica.

Retta

Una retta è una circonferenza massima.

Piano

Il piano è la superficie sferica.

Definizione di punto,retta e piano in geometria sferica

Punto

Un punto è un punto sulla superficie sferica.

Retta

Una retta è una circonferenza massima.

Piano

Il piano è la superficie sferica.

Analogie tra la retta in geometria euclidea e la retta in geometria sferica

Le analogie tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica sono:

- La retta è costituita da infiniti punti.
- La retta crea una simmetria.
- La retta è una curva nel piano.
- La retta divide il piano in due parti.

Analogie tra la retta in geometria euclidea e la retta in geometria sferica

Le analogie tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica sono:

- La retta è costituita da infiniti punti.
- La retta crea una simmetria.
- La retta è una curva nel piano.
- La retta divide il piano in due parti.

Analogie tra la retta in geometria euclidea e la retta in geometria sferica

Le analogie tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica sono:

- La retta è costituita da infiniti punti.
- La retta crea una simmetria.
- La retta è una curva nel piano.
- La retta divide il piano in due parti.

Analogie tra la retta in geometria euclidea e la retta in geometria sferica

Le analogie tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica sono:

- La retta è costituita da infiniti punti.
- La retta crea una simmetria.
- La retta è una curva nel piano.
- La retta divide il piano in due parti.

Analogie tra la retta in geometria euclidea e la retta in geometria sferica

Le analogie tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica sono:

- La retta è costituita da infiniti punti.
- La retta crea una simmetria.
- La retta è una curva nel piano.
- La retta divide il piano in due parti.

Analogie tra la retta in geometria euclidea e la retta in geometria sferica

Le analogie tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica sono:

- La retta è costituita da infiniti punti.
- La retta crea una simmetria.
- La retta è una curva nel piano.
- La retta divide il piano in due parti.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
    - Geometria euclidea: la retta è una curva "aperta" (non periodica)
    - Geometria sferica: la retta è una curva "chiusa" (periodica)
-

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta è una curva "aperta" (non periodica).
  - ⋆ Geometria sferica: la retta è una curva "chiusa" (periodica).
-

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta è una curva "aperta" (non periodica).
  - ⋆ Geometria sferica: la retta è una curva "chiusa" (periodica).
-

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta è una curva “aperta” (non periodica).
  - ⋆ Geometria sferica: la retta è una curva “chiusa” (periodica).
-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta ha lunghezza infinita.
  - ⋆ Geometria sferica: la retta ha lunghezza finita.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta è una curva "aperta" (non periodica).
  - ⋆ Geometria sferica: la retta è una curva "chiusa" (periodica).
-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta ha lunghezza infinita.
  - ⋆ Geometria sferica: la retta ha lunghezza finita.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta è una curva "aperta" (non periodica).
  - ⋆ Geometria sferica: la retta è una curva "chiusa" (periodica).
-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta ha lunghezza infinita.
  - ⋆ Geometria sferica: la retta ha lunghezza finita.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta è una curva “aperta” (non periodica).
  - ⋆ Geometria sferica: la retta è una curva “chiusa” (periodica).
-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta ha lunghezza infinita.
  - ⋆ Geometria sferica: la retta ha lunghezza finita.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta è una curva “aperta” (non periodica).
  - ⋆ Geometria sferica: la retta è una curva “chiusa” (periodica).
-
  - ⋆ Geometria euclidea: la retta ha lunghezza infinita.
  - ⋆ Geometria sferica: la retta ha lunghezza finita.

Seconda lezione

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria sferica: si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.
  - ⋆ Geometria euclidea: non si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria sferica: si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.
  - ⋆ Geometria euclidea: non si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

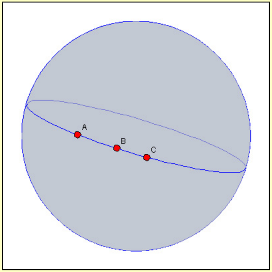
-
    - ⋆ Geometria sferica: si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.
    - ⋆ Geometria euclidea: non si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
    - ⋆ Geometria sferica: si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.
    - ⋆ Geometria euclidea: non si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.

Differenze tra il concetto di retta in geometria euclidea ed in geometria sferica

-
  - ⋆ Geometria sferica: si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.
  - ⋆ Geometria euclidea: non si può stabilire sui punti della retta una relazione d'ordine.



Difficoltà riscontrate dagli studenti

Nel dibattito scaturito in classe, si sono create due visioni circa la retta sferica:

- È un insieme finito di punti, perché "... *va da un punto ad un altro punto* ..."
- È costituita da infiniti punti, perché "... *dati due punti c'è sempre un altro punto tra di essi*..."

Difficoltà riscontrate dagli studenti

Nel dibattito scaturito in classe, si sono create due visioni circa la retta sferica:

- È un insieme finito di punti, perché "... *va da un punto ad un altro punto* ..."
- È costituita da infiniti punti, perché "... *dati due punti c'è sempre un altro punto tra di essi*..."

Difficoltà riscontrate dagli studenti

Nel dibattito scaturito in classe, si sono create due visioni circa la retta sferica:

- È un insieme finito di punti, perché "...*va da un punto ad un altro punto* ..."
- È costituita da infiniti punti, perché "...*dati due punti c'è sempre un altro punto tra di essi*..."

Quante rette passano per due punti qualsiasi in geometria sferica?

- Se i due punti non sono antipodali, la retta passante per essi è unica.

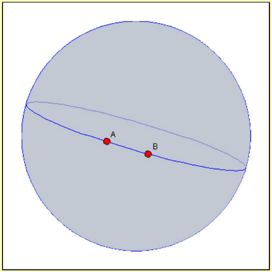
Seconda lezione

Quante rette passano per due punti qualsiasi in geometria sferica?

- Se i due punti non sono antipodali, la retta passante per essi è unica.

Quante rette passano per due punti qualsiasi in geometria sferica?

- Se i due punti non sono antipodali, la retta passante per essi è unica.



Quante rette passano per due punti qualsiasi in geometria sferica?

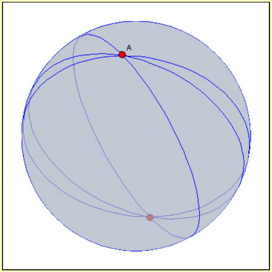
- Se i due punti sono antipodali, la retta passante per essi non è unica, ma ne esistono infinite.

Quante rette passano per due punti qualsiasi in geometria sferica?

- Se i due punti sono antipodali, la retta passante per essi non è unica, ma ne esistono infinite.

Quante rette passano per due punti qualsiasi in geometria sferica?

- Se i due punti sono antipodali, la retta passante per essi non è unica, ma ne esistono infinite.



Difficoltà riscontrate dagli studenti

Alcuni gruppi hanno giustificato la loro risposta al quesito precedente, esclamando:

"...visto che in geometria euclidea per due punti passa un'unica retta, allora anche in geometria sferica per due punti passa un'unica retta ..."

Difficoltà riscontrate dagli studenti

Alcuni gruppi hanno giustificato la loro risposta al quesito precedente, esclamando:
"...*visto che in geometria euclidea per due punti passa un'unica retta, allora anche in geometria sferica per due punti passa un'unica retta* ..."

Quante rette passano per tre punti qualsiasi in geometria sferica?

- Se i tre punti sono allineati, la retta passante per essi è unica.
- Se i tre punti non sono allineati, la retta passante per essi non esiste.

Quante rette passano per tre punti qualsiasi in geometria sferica?

- Se i tre punti sono allineati, la retta passante per essi è unica.
- Se i tre punti non sono allineati, la retta passante per essi non esiste.

Quante rette passano per tre punti qualsiasi in geometria sferica?

- Se i tre punti sono allineati, la retta passante per essi è unica.
- Se i tre punti non sono allineati, la retta passante per essi non esiste.

Seconda lezione

Difficoltà riscontrate dagli studenti

- Non ricordarsi che (in geometria euclidea) per tre punti passi un unico piano
  - *"...allora per due punti (in geometria euclidea) passano infiniti piani..."*
  - *"...quindi se interseco la superficie sferica con un piano passante per tre punti e non passante per il centro della sfera, allora questa circonferenza non è massima ..."*
- Interesse e fermento anche da parte di ragazzi con qualche difficoltà in matematica:

Seconda lezione

Difficoltà riscontrate dagli studenti

- Non ricordarsi che (in geometria euclidea) per tre punti passi un unico piano
  - ⋆ "... *allora per due punti (in geometria euclidea) passano infiniti piani*..."
  - ⋆ "... *quindi se interseco la superficie sferica con un piano passante per tre punti e non passante per il centro della sfera, allora questa circonferenza non è massima* ..."
- Interesse e fermento anche da parte di ragazzi con qualche difficoltà in matematica:

Difficoltà riscontrate dagli studenti

- Non ricordarsi che (in geometria euclidea) per tre punti passi un unico piano
    - ⋆ "...*allora per due punti (in geometria euclidea) passano infiniti piani*..."
    - ⋆ "...*quindi se interseco la superficie sferica con un piano passante per tre punti e non passante per il centro della sfera, allora questa circonferenza non è massima* ..."
- Interesse e fermento anche da parte di ragazzi con qualche difficoltà in matematica:
    - ⋆ "...*ho già trovato una circonferenza massima che passa per due punti (non antipodali), se ora vi faccio passare un'altra circonferenza, questa avrà raggio minore del raggio massimo e quindi non sarà massima, perciò posso trovare una sola circonferenza massima che passa per questi due punti*"

Seconda lezione

Difficoltà riscontrate dagli studenti

- Non ricordarsi che (in geometria euclidea) per tre punti passi un unico piano
  - ⋆ "*...allora per due punti (in geometria euclidea) passano infiniti piani*..."
  - ⋆ "*...quindi se interseco la superficie sferica con un piano passante per tre punti e non passante per il centro della sfera, allora questa circonferenza non è massima* ..."
- Interesse e fermento anche da parte di ragazzi con qualche difficoltà in matematica:
  - ⋆ "*...ho già trovato una circonferenza massima che passa per due punti (non antipodali), se ora vi faccio passare un'altra circonferenza, questa avrà raggio minore del raggio massimo e quindi non sarà massima; perció posso trovare una sola circonferenza massima che passa per questi due punti*..."

Difficoltà riscontrate dagli studenti

- Non ricordarsi che (in geometria euclidea) per tre punti passi un unico piano
  - "...*allora per due punti (in geometria euclidea) passano infiniti piani*..."
  - "...*quindi se interseco la superficie sferica con un piano passante per tre punti e non passante per il centro della sfera, allora questa circonferenza non è massima* ..."
- Interesse e fermento anche da parte di ragazzi con qualche difficoltà in matematica:
  - "...*ho già trovato una circonferenza massima che passa per due punti (non antipodali), se ora vi faccio passare un'altra circonferenza, questa avrà raggio minore del raggio massimo e quindi non sarà massima; perció posso trovare una sola circonferenza massima che passa per questi due punti*..."

Difficoltà riscontrate dagli studenti

- Non ricordarsi che (in geometria euclidea) per tre punti passi un unico piano
  - ⋆ "...*allora per due punti (in geometria euclidea) passano infiniti piani*..."
  - ⋆ "...*quindi se interseco la superficie sferica con un piano passante per tre punti e non passante per il centro della sfera, allora questa circonferenza non è massima* ..."
- Interesse e fermento anche da parte di ragazzi con qualche difficoltà in matematica:
  - ⋆ "...*ho già trovato una circonferenza massima che passa per due punti (non antipodali), se ora vi faccio passare un'altra circonferenza, questa avrà raggio minore del raggio massimo e quindi non sarà massima; perció posso trovare una sola circonferenza massima che passa per questi due punti*..."

Terza lezione

A cosa corrisponde l'intersezione di due rette?

I due piani che determinano due rette qualsiasi intersecandosi formano un diametro della sfera

$\Rightarrow$ le due circonferenze massime si incontrano sempre in due punti antipodali

$\Rightarrow$ due circonferenze massime non possono mai essere parallele!

Terza lezione

A cosa corrisponde l'intersezione di due rette?

I due piani che determinano due rette qualsiasi intersecandosi formano un diametro della sfera

⇒ le due circonferenze massime si incontrano sempre in due punti antipodali

⇒ due circonferenze massime non possono mai essere parallele!

A cosa corrisponde l'intersezione di due rette?

I due piani che determinano due rette qualsiasi intersecandosi formano un diametro della sfera

$\Rightarrow$ le due circonferenze massime si incontrano sempre in due punti antipodali

$\Rightarrow$ due circonferenze massime non possono mai essere parallele!

A cosa corrisponde l'intersezione di due rette?

I due piani che determinano due rette qualsiasi intersecandosi formano un diametro della sfera

$\Rightarrow$ le due circonferenze massime si incontrano sempre in due punti antipodali

$\Rightarrow$ due circonferenze massime non possono mai essere parallele!

Definizione di distanza tra due punti in geometria sferica

Definizione di distanza tra due punti

La distanza tra due punti sferici qualunque è la lunghezza dell'arco minore di circonferenza massima che li unisce.

Osservazioni sulla definizione di distanza

- Se i punti sono antipodali, entrambi gli archi corrispondono ad una semicirconferenza massima.
- La distanza tra due punti qualsiasi è minore o uguale a πR.

Osservazioni sulla definizione di distanza

- Se i punti sono antipodali, entrambi gli archi corrispondono ad una semicirconferenza massima.
- La distanza tra due punti qualsiasi è minore o uguale a πR.

Osservazioni sulla definizione di distanza

- Se i punti sono antipodali, entrambi gli archi corrispondono ad una semicirconferenza massima.
- La distanza tra due punti qualsiasi è minore o uguale a πR.

Difficoltà riscontrate dagli studenti

La classe non si ricordava della relazione tra angolo ed arco di una circonferenza ($a = \theta R$), perció l'abbiamo enunciata e dimostrata nuovamente.

È stato importante ripetere questa dimostrazione svariate volte perché gli studenti saranno chiamati a ripetere il solito ragionamento per trovare l'area di un fuso sferico.

Difficoltà riscontrate dagli studenti

La classe non si ricordava della relazione tra angolo ed arco di una circonferenza ($a = \theta R$), perció l'abbiamo enunciata e dimostrata nuovamente.

È stato importante ripetere questa dimostrazione svariate volte perché gli studenti saranno chiamati a ripetere il solito ragionamento per trovare l'area di un fuso sferico.

Geodetiche in geometria sferica

Definizione di geodetica

Dati due punti, la geodetica è la curva che li unisce e che minimizza la distanza tra essi.

- La geodetica in geometria euclidea è il segmento di retta che unisce due punti dati.
- La geodetica in geometria sferica è l'arco di circonferenza massima che unisce due punti dati.

Geodetiche in geometria sferica

Definizione di geodetica

Dati due punti, la geodetica è la curva che li unisce e che minimizza la distanza tra essi.

- La geodetica in geometria euclidea è il segmento di retta che unisce due punti dati.
- La geodetica in geometria sferica è l'arco di circonferenza massima che unisce due punti dati.

Geodetiche in geometria sferica

Definizione di geodetica

Dati due punti, la geodetica è la curva che li unisce e che minimizza la distanza tra essi.

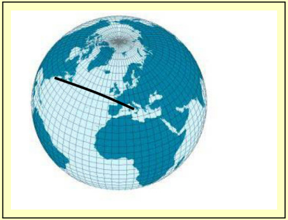
- La geodetica in geometria euclidea è il segmento di retta che unisce due punti dati.
- La geodetica in geometria sferica è l'arco di circonferenza massima che unisce due punti dati.

Geodetiche in geometria sferica

Definizione di geodetica

Dati due punti, la geodetica è la curva che li unisce e che minimizza la distanza tra essi.

- La geodetica in geometria euclidea è il segmento di retta che unisce due punti dati.
- La geodetica in geometria sferica è l'arco di circonferenza massima che unisce due punti dati.



Domande degli studenti

Nella scorsa lezione, una studentessa ha chiesto perché la retta in geometria sferica si definisse proprio come una circonferenza massima
$\rightsquigarrow$ sia in geometria euclidea che in geometria sferica, la retta è definita come la geodetica di quella geometria
inoltre la distanza tra due punti è definita come la lunghezza della geodetica che li unisce

Domande degli studenti

Nella scorsa lezione, una studentessa ha chiesto perché la retta in geometria sferica si definisse proprio come una circonferenza massima
$\rightsquigarrow$ sia in geometria euclidea che in geometria sferica, la retta è definita come la geodetica di quella geometria
inoltre la distanza tra due punti è definita come la lunghezza della geodetica che li unisce

Domande degli studenti

Nella scorsa lezione, una studentessa ha chiesto perché la retta in geometria sferica si definisse proprio come una circonferenza massima
$\rightsquigarrow$ sia in geometria euclidea che in geometria sferica, la retta è definita come la geodetica di quella geometria
inoltre la distanza tra due punti è definita come la lunghezza della geodetica che li unisce

Domande degli studenti

Nella scorsa lezione, una studentessa ha proposto come differenza tra la retta in geometria sferica ed in geometria euclidea la seguente idea (scartata poiché il centro della sfera non è un punto in geometria sferica):

"... *In geometria sferica la retta è equidistante dal centro della sfera, mentre ciò non vale in geometria euclidea ...*"

Ora possiamo notare che la retta in geometria sferica è equidistante dai suoi poli

Domande degli studenti

Nella scorsa lezione, una studentessa ha proposto come differenza tra la retta in geometria sferica ed in geometria euclidea la seguente idea (scartata poiché il centro della sfera non è un punto in geometria sferica):

"... *In geometria sferica la retta è equidistante dal centro della sfera, mentre ciò non vale in geometria euclidea ...*"

Ora possiamo notare che la retta in geometria sferica è equidistante dai suoi poli

Domande degli studenti

Nella scorsa lezione, una studentessa ha proposto come differenza tra la retta in geometria sferica ed in geometria euclidea la seguente idea (scartata poiché il centro della sfera non è un punto in geometria sferica):

"… *In geometria sferica la retta è equidistante dal centro della sfera, mentre ciò non vale in geometria euclidea …*"

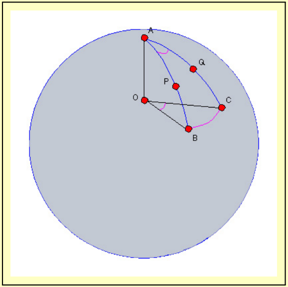
Ora possiamo notare che la retta in geometria sferica è equidistante dai suoi poli

Definizione di angolo in geometria sferica

Definizione di angolo

L'angolo $\widehat{PAQ}$ è la misura dell'angolo (piano) tra i piani che determinano gli archi $\widehat{PA}$ e $\widehat{QA}$

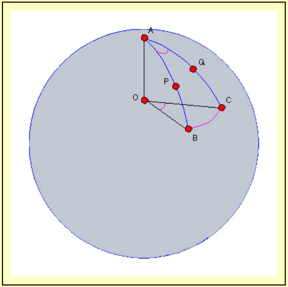
Si osserva che l'angolo $\widehat{PAQ}$ coincide con l'angolo formato dalle tangenti agli archi $\widehat{PA}$ e $\widehat{QA}$ in A



Definizione di angolo in geometria sferica

Definizione di angolo

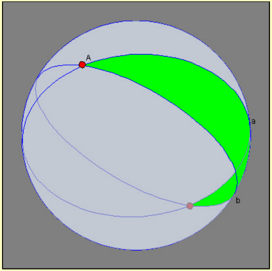
L'angolo $\widehat{PAQ}$ è la misura dell'angolo (piano) tra i piani che determinano gli archi $\overset{\frown}{PA}$ e $\overset{\frown}{QA}$



Si osserva che l'angolo $\widehat{PAQ}$ coincide con l'angolo formato dalle tangenti agli archi $\overset{\frown}{PA}$ e $\overset{\frown}{QA}$ in A

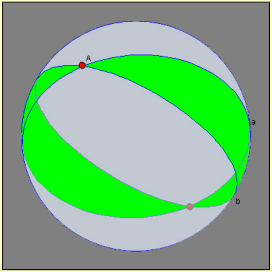
Fuso sferico

Un fuso sferico è la parte di superficie sferica delimitata da due semicirconferenze massime (ognuna appartenente ad un piano diverso)



Doppio fuso sferico

Un doppio fuso sferico è la parte di superficie sferica delimitata da due circonferenze massime (appartenenti a piani diversi)



Area di un fuso sferico e di un doppio fuso sferico

Gli alunni hanno ricavato le seguenti formule per l'area rispettivamente di un fuso sferico ed un doppio fuso sferico con angolo al vertice α:

- $A_{fuso} = 2\alpha R^2$
- $A_{doppio\ fuso} = 4\alpha R^2$

Area di un fuso sferico e di un doppio fuso sferico

Gli alunni hanno ricavato le seguenti formule per l'area rispettivamente di un fuso sferico ed un doppio fuso sferico con angolo al vertice α:

- $A_{fuso} = 2\alpha R^2$
- $A_{doppio\ \ fuso} = 4\alpha R^2$

Area di un fuso sferico e di un doppio fuso sferico

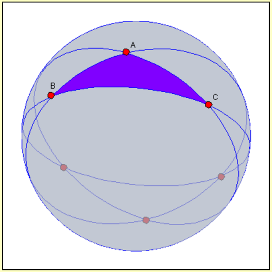
Gli alunni hanno ricavato le seguenti formule per l'area rispettivamente di un fuso sferico ed un doppio fuso sferico con angolo al vertice α:

- $A_{fuso} = 2\alpha R^2$
- $A_{doppio\ fuso} = 4\alpha R^2$

Triangolo sferico

Triangolo sferico

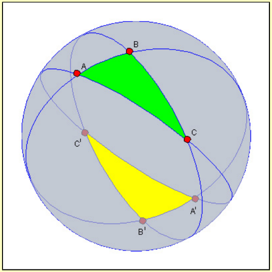
Consideriamo tre punti A,B,C sulla superficie sferica di centro O e raggio R che stanno su tre distinte circonferenze massime e colleghiamo ogni punto con un altro tramite una circonferenza massima. La parte di superficie sferica delimitata dagli archi $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{AC}$ è detta triangolo sferico e questi archi sono detti lati.



Triangolo sferico opposto

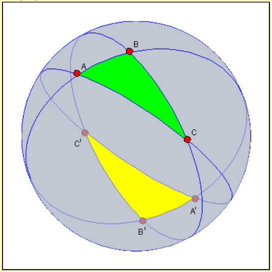
Triangolo sferico opposto

Dato un triangolo sferico, il suo triangolo sferico opposto è il triangolo sferico i cui vertici sono i punti antipodali dei vertici del triangolo sferico di partenza



Osservazione sull'area del triangolo sferico opposto

Si osserva che un triangolo sferico ed il suo triangolo sferico opposto hanno la stessa area



Quarta lezione

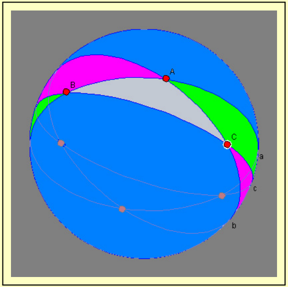
Area di un triangolo sferico

Suggerimenti forniti per determinare l'area di un triangolo sferico:

Si osserva che ogni vertice del triangolo è vertice di un doppio fuso sferico.
I tre doppi fusi sferici ricoprono la superficie sferica, ma alcune regione sono contate più volte.
Completa la seguente uguaglianza:

$$4\alpha R^2 + 4\beta R^2 + 4\gamma R^2 = 4\pi R^2 + \ldots$$

$$\boxed{A_{triangolo} = R^2(\alpha + \beta + \gamma - \pi)}$$



Quarta lezione

Area di un triangolo sferico

Suggerimenti forniti per determinare l'area di un triangolo sferico:

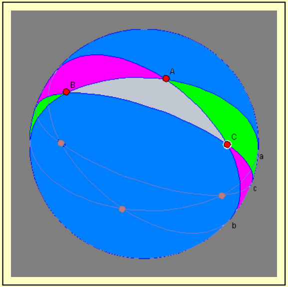
Si osserva che ogni vertice del triangolo è vertice di un doppio fuso sferico.

I tre doppi fusi sferici ricoprono la superficie sferica, ma alcune regione sono contate più volte.

Completa la seguente uguaglianza:

$$4\alpha R^2 + 4\beta R^2 + 4\gamma R^2 = 4\pi R^2 + \dots$$

$$\boxed{A_{triangolo} = R^2(\alpha + \beta + \gamma - \pi)}$$

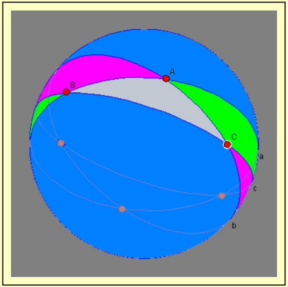


Area di un triangolo sferico

Suggerimenti forniti per determinare l'area di un triangolo sferico:

Si osserva che ogni vertice del triangolo è vertice di un doppio fuso sferico.
I tre doppi fusi sferici ricoprono la superficie sferica, ma alcune regione sono contate più volte.
Completa la seguente uguaglianza:

$$4\alpha R^2 + 4\beta R^2 + 4\gamma R^2 = 4\pi R^2 + \dots$$



$$\boxed{A_{triangolo} = R^2(\alpha + \beta + \gamma - \pi)}$$

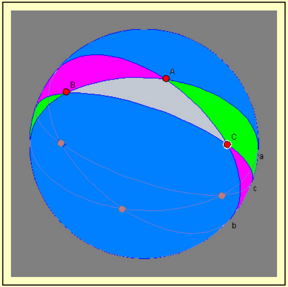
Quarta lezione

Area di un triangolo sferico

Suggerimenti forniti per determinare l'area di un triangolo sferico:

Si osserva che ogni vertice del triangolo è vertice di un doppio fuso sferico.
I tre doppi fusi sferici ricoprono la superficie sferica, ma alcune regione sono contate più volte.
Completa la seguente uguaglianza:

$$4\alpha R^2 + 4\beta R^2 + 4\gamma R^2 = 4\pi R^2 + \dots$$



$$\boxed{A_{triangolo} = R^2(\alpha + \beta + \gamma - \pi)}$$

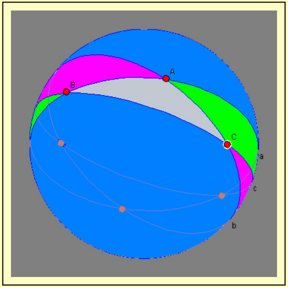
Quarta lezione

Area di un triangolo sferico

Suggerimenti forniti per determinare l'area di un triangolo sferico:

Si osserva che ogni vertice del triangolo è vertice di un doppio fuso sferico.
I tre doppi fusi sferici ricoprono la superficie sferica, ma alcune regione sono contate più volte.
Completa la seguente uguaglianza:

$$4\alpha R^2 + 4\beta R^2 + 4\gamma R^2 = 4\pi R^2 + \dots$$



$$\boxed{A_{triangolo} = R^2(\alpha + \beta + \gamma - \pi)}$$

Quarta lezione

Osservazioni fatte dagli alunni

Gli studenti hanno tratto spontaneamente delle conclusioni importanti, come:

- *"... la somma degli angoli interni di un triangolo non è più* π*, perché altrimenti l'area è nulla ..."*
- *"... allora in questo caso la somma degli angoli interni deve essere maggiore di* π*..."*

Osservazioni fatte dagli alunni

Gli studenti hanno tratto spontaneamente delle conclusioni importanti, come:

- "*. . . la somma degli angoli interni di un triangolo non è più* π*, perché altrimenti l'area è nulla . . .*"
- "*. . . allora in questo caso la somma degli angoli interni deve essere maggiore di* π*. . .*"

Quarta lezione

Osservazioni fatte dagli alunni

Gli studenti hanno tratto spontaneamente delle conclusioni importanti, come:

- "... *la somma degli angoli interni di un triangolo non è più* π, *perché altrimenti l'area è nulla* ..."
- "... *allora in questo caso la somma degli angoli interni deve essere maggiore di* π..."

Osservazioni sulla formula per l'area di un triangolo sferico

- La misura dell'area di un triangolo dipende solo dagli angoli interni
- Esiste in geometria sferica il triangolo trirettangolo
- La somma degli angoli interni di un triangolo può valere al massimo 3π

Osservazioni sulla formula per l'area di un triangolo sferico

- La misura dell'area di un triangolo dipende solo dagli angoli interni
- Esiste in geometria sferica il triangolo trirettangolo
- La somma degli angoli interni di un triangolo può valere al massimo 3π

Quarta lezione

Osservazioni sulla formula per l'area di un triangolo sferico

- La misura dell'area di un triangolo dipende solo dagli angoli interni
- Esiste in geometria sferica il triangolo trirettangolo
- La somma degli angoli interni di un triangolo può valere al massimo 3π

Quarta lezione

Osservazioni sulla formula per l'area di un triangolo sferico

- La misura dell'area di un triangolo dipende solo dagli angoli interni
- Esiste in geometria sferica il triangolo trirettangolo
- La somma degli angoli interni di un triangolo può valere al massimo 3π

Quarto criterio di uguaglianza per i triangoli sferici

Se due triangoli sferici hanno rispettivamente gli angoli uguali, allora sono uguali

Si osserva che:

- Questo criterio non ha un analogo in geometria euclidea
- In geometria sferica, non esistono triangoli simili!
  (Nel senso che triangoli simili sono congruenti)

Quarto criterio di uguaglianza per i triangoli sferici

Se due triangoli sferici hanno rispettivamente gli angoli uguali, allora sono uguali

Si osserva che:

- Questo criterio non ha un analogo in geometria euclidea
- In geometria sferica, non esistono triangoli simili!
  (Nel senso che triangoli simili sono congruenti)

Quarto criterio di uguaglianza per i triangoli sferici

Se due triangoli sferici hanno rispettivamente gli angoli uguali, allora sono uguali

Si osserva che:

- Questo criterio non ha un analogo in geometria euclidea
- In geometria sferica, non esistono triangoli simili!
  (Nel senso che triangoli simili sono congruenti)

Quarto criterio di uguaglianza per i triangoli sferici

Se due triangoli sferici hanno rispettivamente gli angoli uguali, allora sono uguali

Si osserva che:

- Questo criterio non ha un analogo in geometria euclidea
- In geometria sferica, non esistono triangoli simili!
  (Nel senso che triangoli simili sono congruenti)

Termine presentazione

FINE