**Esercizi di geometria algebrica, 24.1.01**

**1.** Provare che se $E$ é un fibrato di rango $r$ su $X$ superficie di Riemann compatta allora

$$\chi(E) = c_1(E) + r(1-g)$$

**2.** Provare che se $C$ é una curva piana di grado $d$ con fibrato normale $N$ allora

$$h^0(C, N) = \binom{d+2}{2} - 1$$

**3.** Provare che ogni curva liscia non contenuta in un iperpiano in $\mathbb{P}^n$ di grado $n$ é proiettivamente isomorfa ad una curva razionale normale.

*Suggerimento* Provare che ha genere zero fissando $n-1$ punti sulla curva e poi notare che il sistema lineare tagliato dagli iperpiani é completo.

**3.** Sia $C \subset \mathbb{P}^n$ una curva liscia di grado $d$, gnere $g$ e fibrato normale $N$. Provare che

$$\chi(N) = (n-3)(1-g) + (n+1)d$$

In particolare se $n = 3$ vale

$$\chi(N) = 4d$$

**4.** Sia $C \subset Q_2$ una curva liscia di bigrado $(a, b)$. Sia $N$ il suo fibrato normale in $\mathbb{P}^3$. Calcolare $h^1(N)$ in funzione di $a$, $b$.