31 GENNAIO 2000
SCRITTO DI GEOMETRIA 1
LAUREA E DIPLOMA IN MATEMATICA – A.A.1998/1999

Tempo: 3 ore

Esercizio 1. Nello spazio affine con sistema di riferimento fissato $Oxyz$ si considerino le due rette $r: \quad x = z = 0 \ s: \quad x - y + z - 1 = x + y - 2z = 0$
a) Stabilire se r, s sono complanari o sghembe.
b) Trovare il piano π_1 per r e $P_1 = (1,3,5)$ ed il piano π_2 per s e $P_2 = (0,0,-1)$.
c) Trovare il vettore direttore di $\pi_1 \cap \pi_2$.

Esercizio 2. Nel piano affine con sistema di riferimento fissato Oxy si considerino i punti $P_i = (i, i^2 - 2)$ per $i = 0, \ldots, 3$.
a) Provare che esiste una unica affinitá f tale che $f(P_i) = P_{i+1}$ per $i = 0,1,2$ e trovarne le equazioni.
b) Sia r la retta di equazione $3x - 4y = 0$. Trovare l'equazione cartesiana di $f(r)$.
c) Sia T il triangolo di vertici $P_0P_1P_2$ e S il triangolo di vertici $P_1P_2P_3$. Quante sono le affinitá g tali che $g(T) = S$?

Esercizio 3. Si consideri la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2-s \\ 0 & s & 0 \end{pmatrix}$$

con $s \in \mathbf{R}$.
a) Determinare per quali valori di $s \in \mathbf{R}$ la matrice A_s è diagonalizzabile in $\mathbf{R}$.
b) Nel caso $s = 1$ si determini una matrice ortogonale M tale che $M^t A_1 M$ sia diagonale.
c) Indicato con L l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ definito da $L(X^t) = A_1^t X^t$ determinare una base di $KerL$ ed una base di ImL.