

**Geometria I, 30 Marzo 2006**  
**C.d.L. in Matematica, Università di Firenze**  
Fila I

**ESERCIZIO 1**

a) Discutere al variare dei parametri  $r$  e  $m$  in  $\mathbf{R}$  la segnatura della forma bilineare simmetrica  $\mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  tale che la matrice associata nella base canonica sia

$$\begin{pmatrix} m & m & 0 & r \\ m & m & r & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 \\ r & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(Motivare la risposta.)

b) Trovare un esempio di forma bilineare simmetrica  $b : \mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  tale che  $b(e_i, e_i) > 0 \forall i = 1, \dots, 4$  e con negatività strettamente maggiore di zero (e dimostrare che soddisfa le condizioni richieste).

**ESERCIZIO 2**

Nello spazio euclideo  $A^3$  si considerino la retta  $r$  con equazione parametrica  $\{x = t, y = 2 - t, z = 2 - 3t\}$  e la retta  $s_{a,b}$  con equazione cartesiana  $\{x + y - 1 = y + az - b = 0\}$  al variare dei parametri  $a, b \in \mathbf{R}$ .

a) Determinare il piano contenente  $r$  e passante per l'origine

b) Determinare la posizione reciproca di  $r$ ,  $s_{a,b}$  al variare di  $a, b \in \mathbf{R}$ . In particolare, esistono valori di  $a, b \in \mathbf{R}$  per cui  $r$  e  $s_{a,b}$  sono parallele?

c) Calcolare la distanza tra  $r$  e  $s_{0,0}$ .

**Geometria I, 30 Marzo 2006**  
**C.d.L. in Matematica, Università di Firenze**  
Fila II

**ESERCIZIO 1**

a) Discutere al variare dei parametri  $h$  e  $a$  in  $\mathbf{R}$  la segnatura della forma bilineare simmetrica  $\mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  tale che la matrice associata nella base canonica sia

$$\begin{pmatrix} a & -a & 0 & h \\ -a & a & h & 0 \\ 0 & h & 0 & 0 \\ h & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(Motivare la risposta.)

b) Trovare un esempio di forma bilineare simmetrica  $b : \mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  tale che  $b(e_i, e_i) > 0 \forall i = 1, \dots, 4$  e con negatività strettamente maggiore di zero (e dimostrare che soddisfa le condizioni richieste).

**ESERCIZIO 2**

Nello spazio euclideo  $A^3$  si considerino la retta  $r$  con equazione parametrica  $\{x = t, y = 2 - t, z = 2 - 3t\}$  e la retta  $s_{a,b}$  con equazione cartesiana  $\{x + y - 1 = y + bz - a = 0\}$  al variare dei parametri  $a, b \in \mathbf{R}$ .

a) Determinare il piano contenente  $r$  e passante per l'origine

b) Determinare la posizione reciproca di  $r$ ,  $s_{a,b}$  al variare di  $a, b \in \mathbf{R}$ . In particolare, esistono valori di  $a, b \in \mathbf{R}$  per cui  $r$  e  $s_{a,b}$  sono perpendicolari?

c) Calcolare la distanza tra  $r$  e  $s_{0,0}$ .

**Geometria I, 30 Marzo 2006**  
**C.d.L. in Matematica, Università di Firenze**  
Fila III

**ESERCIZIO 1**

a) Discutere al variare dei parametri  $b$  e  $m$  in  $\mathbf{R}$  la segnatura della forma bilineare simmetrica  $\mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  tale che la matrice associata nella base canonica sia

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & b & m & m \\ b & 0 & m & m \end{pmatrix}$$

(Motivare la risposta.)

b) Trovare un esempio di forma bilineare simmetrica  $b : \mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  tale che  $b(e_i, e_i) > 0 \forall i = 1, \dots, 4$  e con negatività strettamente maggiore di zero (e dimostrare che soddisfa le condizioni richieste).

**ESERCIZIO 2**

Nello spazio euclideo  $A^3$  si considerino la retta  $r$  con equazione parametrica  $\{x = t, y = 2 + t, z = 2 + 3t\}$  e la retta  $s_{a,b}$  con equazione cartesiana  $\{x + y - 1 = y + az - b = 0\}$  al variare dei parametri  $a, b \in \mathbf{R}$ .

a) Determinare il piano contenente  $r$  e passante per l'origine

b) Determinare la posizione reciproca di  $r$ ,  $s_{a,b}$  al variare di  $a, b \in \mathbf{R}$ . In particolare, esistono valori di  $a, b \in \mathbf{R}$  per cui  $r$  e  $s_{a,b}$  sono parallele?

c) Calcolare la distanza tra  $r$  e  $s_{0,0}$ .

**Geometria I, 30 Marzo 2006**  
**C.d.L. in Matematica, Università di Firenze**  
Fila IV

**ESERCIZIO 1**

a) Discutere al variare dei parametri  $b$  e  $c$  in  $\mathbf{R}$  la segnatura della forma bilineare simmetrica  $\mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  tale che la matrice associata nella base canonica sia

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & b & c & -c \\ b & 0 & -c & c \end{pmatrix}$$

(Motivare la risposta.)

b) Trovare un esempio di forma bilineare simmetrica  $b : \mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$  tale che  $b(e_i, e_i) > 0 \forall i = 1, \dots, 4$  e con negatività strettamente maggiore di zero (e dimostrare che soddisfa le condizioni richieste).

**ESERCIZIO 2**

Nello spazio euclideo  $A^3$  si considerino la retta  $r$  con equazione parametrica  $\{x = t, y = 2 + t, z = 2 + 3t\}$  e la retta  $s_{a,b}$  con equazione cartesiana  $\{x + y - 1 = y + bz - a = 0\}$  al variare dei parametri  $a, b \in \mathbf{R}$ .

a) Determinare il piano contenente  $r$  e passante per l'origine

b) Determinare la posizione reciproca di  $r$ ,  $s_{a,b}$  al variare di  $a, b \in \mathbf{R}$ . In particolare, esistono valori di  $a, b \in \mathbf{R}$  per cui  $r$  e  $s_{a,b}$  sono perpendicolari?

c) Calcolare la distanza tra  $r$  e  $s_{0,0}$ .