Geometria 1, corso di laurea in Matematica
Scritto, 24 settembre 2009, A.A. 2008-2009

NOME E COGNOME:

PUNTEGGIO OTTENUTO IN QUESTO FOGLIO:

1) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO)

Sia $S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^4 |\ (x+y)^2 = (y+z)^2 = 0 \right\}$.

Dire se è un sottospazio vettoriale. Inoltre se lo è indicare una sua base, se non lo è dare un controsempio o alla chiusura per la somma o alla chiusura per il prodotto per uno scalare.

2) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO) Sia V uno spazio vettoriale su $\mathbf{R}$ e siano v_1, v_2, v_3 tre vettori linearmente indipendenti in V. Dire per quali valori del parametro $t \in R$ la dimensione di $\langle tv_1 + (1+t)v_2, v_1 + (t-3)v_3, tv_1 + tv_2 \rangle$ è 2.

3) (SCRIVERE IL PROCEDIMENTO, MOTIVARE LE RISPOSTE)

Siano $b, c \in \mathbf{R}$ e sia $A_{b,c} = \begin{pmatrix} b & b & c & b & b \\ b & c & c & c & b \\ c & c & c & c & c \\ c & c & c & c & c \\ c & c & c & c & c \end{pmatrix}$. Calcolare rango e determinante al variare dei paramentri.

Sia $f = f_{A_{b,c}}$. Trovare due basi $\mathcal{P}$ e $\mathcal{A}$ di $\mathbf{R}^5$ tali che $M_{\mathcal{A},\mathcal{P}}(f) = \begin{pmatrix} b & b & c & 0 & 0 \\ b & c & c & 0 & 0 \\ c & c & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

.

NOME E COGNOME

PUNTEGGIO OTTENUTO IN QUESTA PAGINA:

4) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO)
Nel piano affine $\mathbb{A}^2$ si considerino i quattro punti $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $A' = (1, 2)$, $B' = (0, 2)$. Sia f l'isometria inversa del piano tale che $f(A) = A'$ e $f(B) = B'$.

(a) Scrivere la matrice completa associata ad f

(b) A quale tipo di isometria appartiene f?

(1) identità, (2) riflessione, (3) rotazione, (4) traslazione, (5) glissoriflessione.

5) (SCRIVERE IL PROCEDIMENTO, MOTIVARE LE RISPOSTE)
In dipendenza del parametro reale a si consideri la famiglia di coniche $\mathcal{C}_a$ di equazione

$$\mathcal{C}_a \;:\; ax^2 + 6axy + (2a - 1)y^2 + 2y = 0.$$

(a) Al variare del parametro a stabilire la classificazione affine della conica $\mathcal{C}_a$.

(b) Per $a = 1/3$, scrivere l'equazione in forma canonica di $\mathcal{C}_a$.