Geometria 1, corso di laurea in Matematica
Scritto, 23 giugno 2009, A.A. 2008-2009 Fila I

NOME E COGNOME:

PUNTEGGIO OTTENUTO IN QUESTO FOGLIO:

1) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO)
i) Sia $S = \left\{ v \in \mathbf{R}^2 | \ (v|v) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \ e' \ simmetrica \right\}$ dove $(v|v)$ è la matrice 2×2 ottenuta affiancando v a v. Dire se è un sottospazio vettoriale. Inoltre se lo è indicare una sua base, se non lo è dare un controsempio o alla chiusura per la somma o alla chiusura per il prodotto per uno scalare

ii) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to M(2 \times 2, \mathbf{R})$ l'applicazione $v \mapsto (v|v)$. Calcolare $M_{\mathcal{A},\mathcal{P}}(f)$, dove $\mathcal{P} = \{e_1, e_1 + e_2\}$ e $\mathcal{A} = \{E_{1,1}, E_{1,2}, E_{2,2}, E_{2,1}\}$.

2) (MOTIVARE LE RISPOSTE, SCRIVERE IL PROCEDIMENTO)
i) Se $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} t & 0 \\ t & t \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix}$, dire per quali valori di t lo spazio generato dalle colonne di $\begin{pmatrix} A & B \\ D & C \end{pmatrix}$ e di $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ è lo stesso.
ii) Siano $A, B, C, D \in M(2 \times 2, \mathbf{R})$. Dimostrare che se A e B sono linearmente indipendenti allora lo spazio generato dalle colonne di $\begin{pmatrix} A & B \\ D & C \end{pmatrix}$ e lo spazio generato dalle colonne di $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ si intersecano in un sottospazio di dimensione almeno 1.

NOME E COGNOME:

PUNTEGGIO OTTENUTO IN QUESTO FOGLIO:

3) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO)
Si considerino le coniche

$$C_1 : 11x^2 + 6xy + \frac{17}{2}y^2 + 2x - 3y = 1, \qquad C_2 : xy + x - y + 1 = 0,$$

$$C_3 : \frac{17}{2}x^2 + 6xy + 11y^2 = 1, \quad C_4 : y = x^2 - 6x + 3$$

e le rette

$$r_a : x = 3, \quad r_b : 2x + 3y = 0, \quad r_c : x - y = 2, \quad r_d : 2x - 3y + 1 = 0$$

Mettere in corrispondenza le coniche e le rette precedenti in modo che ad ogni conica corrisponda un suo asse.
Rispondere completando la seguente tabella:

Conica:	C_1	C_2	C_3	C_4
Asse corrispondente:				

4) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO)
Si considerino i punti dello spazio affine $P = (0, 2, 0)$, $Q = (1, 0, 1)$.
i) Scrivere le equazioni cartesiane e parametriche della congiungente di P e Q.

ii) Scrivere l'equazione dell'asse H di P e Q.

iii) Calcolare la proiezione R' e il simmetrico R'' del punto $R = (0, 1, 2)$ rispetto ad H.

5) (MOTIVARE LE RISPOSTE, SCRIVERE IL PROCEDIMENTO)
Si consideri le tre rette del piano affine

$$r_1 : y = -1, \qquad r_2 : y = 1, \qquad r_3 : x = y$$

e la loro unione $S = r_1 \cup r_2 \cup r_3$.
i) Caratterizzare le affinità dirette f per le quali $f(S) \subseteq S$.
ii) Caratterizzare le isometrie dirette f per le quali $f(S) \subseteq S$.