

22 MAGGIO 2000

4° COMPITINO DI GEOMETRIA 1

LAUREA E DIPLOMA IN MATEMATICA – A.A.1999/2000

Esercizio 1 Al variare di $s \in \mathbf{R}$ si considerino le coniche $C_s \subset \mathbf{R}^2$ di equazione:
 $X^2 + Y^2 + 2XY + 2sX + 2Y + 1 = 0$.

- Fornire la classificazione affine reale di C_s al variare di $s \in \mathbf{R}$.
- Scrivere delle trasformazioni affini delle coordinate che mutano C_s nell'equazione canonica nei casi $s = 0$ e $s = 1$.
- Trovare la forma canonica metrica di C_0 e scrivere delle trasformazioni isometriche delle coordinate che mutano la precedente equazione nella sua equazione canonica.

Esercizio 2 Sia T un operatore autoaggiunto su uno spazio vettoriale euclideo V di dimensione n . Supponiamo che T abbia n autovalori distinti λ_i per $i = 1, \dots, n$ tutti diversi da 1 corrispondenti rispettivamente agli autovettori v_i di lunghezza 1 per $i = 1, \dots, n$. Provare che

- $T(v) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \langle v, v_i \rangle v_i \quad \forall v \in V$
- $T^2(v) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \langle v, v_i \rangle v_i \quad \forall v \in V$
- $(I-T)$ é un'applicazione invertibile, dove I é l'applicazione identità.

Esercizio 3 Dato un sistema di riferimento cartesiano $Oxyz$ nello spazio euclideo, si considerino i due piani paralleli π e π' di equazione rispettiva $x + y - z = 5$ e $x + y - z = 9$

- Si calcoli la distanza tra π e π' .
- Si scriva l'equazione del luogo dei punti equidistanti da π e π'
- Si calcoli il coseno degli angoli che π forma con il piano $x - y = 0$ e con il piano $y - z = 0$. Valutazione:

esercizio 1: 14 punti

esercizio 2: 9 punti

esercizio 3: 9 punti