Prova scritta di Geometria II modulo (versione A)
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
21 maggio 2007

Esercizio 1: Sia $\mathcal{C}_a$ la famiglia di coniche di equazione

$$(2a^2+1)x^2+2axy+(a^2+2)y^2+2ax-1=0$$

dove a è un parametro reale.

(i) Dare la classificazione affine delle coniche $\mathcal{C}_a$ al variare di a.

(ii) Determinare per quali valori di a si ottiene una conica con un asse parallelo alla retta $y=2x$.

(iii) Dare la classificazione euclidea di $\mathcal{C}_{-1}$ e trovare l'isometria f che riduce $\mathcal{C}_{-1}$ in forma canonica.

Esercizio 2:

(i) Dimostrare che per tre punti non allineati nel piano euclideo $\mathbf{A}^2$ passa almeno una parabola nondegenere.

(ii) Sia $\mathcal{C}$ una parabola nondegenere. Dimostrare che per ogni $P, Q \in \mathcal{C}$ distinti, le rette tangenti in P e Q non sono parallele e si incontrano in un terzo punto R.

(iii) Dimostrare che esiste una unica coppia $P, Q \in \mathcal{C}$ tale che, detto R il punto comune alle tangenti in P e Q, il triangolo PQR è equilatero.

Prova scritta di Geometria II modulo (versione B)
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
21 maggio 2007

Esercizio 1: Sia $\mathcal{C}_a$ la famiglia di coniche di equazione

$$(a^2+2)x^2+2axy+(2a^2+1)y^2+2ax-1=0$$

dove a è un parametro reale.

(i) Dare la classificazione affine delle coniche $\mathcal{C}_a$ al variare di a.

(ii) Determinare per quali valori di a si ottiene una conica con un asse parallelo alla retta $y=2x$.

(iii) Dare la classificazione euclidea di $\mathcal{C}_{-1}$ e trovare l'isometria f che riduce $\mathcal{C}_{-1}$ in forma canonica.

Esercizio 2:

(i) Dimostrare che per tre punti indipendenti nel piano euclideo $\mathbf{A}^2$ passa almeno una parabola nondegenere.

(ii) Sia $\mathcal{C}$ una parabola nondegenere. Dimostrare che per ogni $A, B \in \mathcal{C}$ distinti, le rette tangenti in A e B non sono parallele e si incontrano in un terzo punto D.

(iii) Siano $P, Q \in \mathcal{C}$ e si consideri l'arco di parabola con estremi P e Q. Provare che esiste unico R appartenente a detto arco tale che la tangente in R è parallela a PQ.

Prova scritta di Geometria II modulo (versione C)
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
21 maggio 2007

Esercizio 1: Sia $\mathcal{C}_a$ la famiglia di coniche di equazione

$$(2a^2+1)x^2+2axy+(a^2+2)y^2+2ax-1=0$$

dove a è un parametro reale.

(i) Dare la classificazione affine delle coniche $\mathcal{C}_a$ al variare di a.

(ii) Determinare per quali valori di a si ottiene una conica con un asse parallelo alla retta $2x+y=0$.

(iii) Dare la classificazione euclidea di $\mathcal{C}_1$ e trovare l'isometria f che riduce $\mathcal{C}_1$ in forma canonica.

Esercizio 2:

(i) Dimostrare che per tre punti non giacenti su una retta nel piano euclideo $\mathbf{A}^2$ passa almeno una parabola nondegenere.

(ii) Sia $\mathcal{C}$ una parabola nondegenere. Dimostrare che per ogni $F, G \in \mathcal{C}$ distinti, le rette tangenti in F e G non sono parallele e si incontrano in un terzo punto H.

(iii) Siano $P, Q \in \mathcal{C}$ tali che, detto R il punto comune alle tangenti in P e Q, vale $PR = QR$. Provare che PQ è perpendicolare all'asse della parabola.

Prova scritta di Geometria II modulo (versione D)
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
21 maggio 2007

Esercizio 1: Sia $\mathcal{C}_a$ la famiglia di coniche di equazione

$$(a^2+2)x^2+2axy+(2a^2+1)y^2+2ax-1=0$$

dove a è un parametro reale.

(i) Dare la classificazione affine delle coniche $\mathcal{C}_a$ al variare di a.

(ii) Determinare per quali valori di a si ottiene una conica con un asse parallelo alla retta $2x+y=0$.

(iii) Dare la classificazione euclidea di $\mathcal{C}_1$ e trovare l'isometria f che riduce $\mathcal{C}_1$ in forma canonica.

Esercizio 2:

(i) Dimostrare che per tre punti non allineati nel piano euclideo $\mathbf{A}^2$ passa almeno una parabola nondegenere.

(ii) Sia $\mathcal{C}$ una parabola nondegenere. Dimostrare che per ogni $I, J \in \mathcal{C}$ distinti, le rette tangenti in I e J non sono parallele e si incontrano in un terzo punto K.

(iii) Siano $P, Q \in \mathcal{C}$ e si consideri l'arco di parabola con estremi P e Q. Provare che esiste unico R appartenente a detto arco tale che l'area del triangolo PQR è massima.