Geometria 1, corso di laurea in Matematica
Scritto, 20 luglio 2009, A.A. 2008-2009

NOME E COGNOME:

PUNTEGGIO OTTENUTO IN QUESTO FOGLIO:

1) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO)

i) Sia $S = \left\{ A \in M(3 \times 3, \mathbf{R}) | \ A \ ha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \ come \ autovalore \right\}$.

Dire se è un sottospazio vettoriale. Inoltre se lo è indicare una sua base, se non lo è dare un controsempio o alla chiusura per la somma o alla chiusura per il prodotto per uno scalare.

ii) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 3 e sia $\{v_1, v_2, v_3\}$ una sua base.
Sia $f : V \to V$ un'applicazione lineare tale che $f(v_1) = v_2 + v_3$ e $f(v_2) = v_1 + v_2$ e sia $f(v_3) = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$.
Trovare tutti i valori di $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbf{R}$ per cui l'immagine di f contiene v_1.

2) (MOTIVARE LE RISPOSTE, SCRIVERE IL PROCEDIMENTO) Sia q un polinomio in una variabile a coefficienti in $\mathbf{R}$. Sia

$$S_q = \{p \in \mathbf{R}_3[x] | \ (pq)(1) = (pq)(2) = 0\}$$

Dire, eventualemente al variare di q, se è un sottospazio vettoriale e se lo è indicare una sua base, se non lo è dare un controsempio o alla chiusura per la somma o alla chiusura per il prodotto per uno scalare.

.

NOME E COGNOME:

PUNTEGGIO OTTENUTO IN QUESTO FOGLIO:

3) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO)
Sia $f : \mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2$ l'affinità tale che

$$f\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}, \quad f\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}, \quad f\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix},$$

Calcolare i seguenti valori:

$$f\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} = \qquad\qquad\qquad\qquad f\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} =$$

4) (DARE SOLO LA RISPOSTA FINALE SENZA IL PROCEDIMENTO)
Siano $\mathbf{i}$ e $\mathbf{j}$ due versori tra loro ortogonali di uno spazio vettoriale euclideo orientato V. Al variare del parametro reale t, si considerino i vettori di V

$$u = (\mathbf{i}+\mathbf{j}) \wedge (\mathbf{i} + \mathbf{i} \wedge \mathbf{j}) + \langle \mathbf{i}, \mathbf{j} \wedge (\mathbf{i} \wedge \mathbf{j}) \rangle \, \mathbf{j} \,, \qquad v_t = (t-1)\,\mathbf{i} + (2-t)\,\mathbf{j} + (1-t)\,\mathbf{i} \wedge \mathbf{j}$$

1. Trovare $a, b, c \in \mathbb{R}$ tali che valga l'equazione $u = a\,\mathbf{i} + b\,\mathbf{j} + c\,\mathbf{i} \wedge \mathbf{j}$.

   Risposta: $a =$ $b =$ $c =$

2. Trovare, se esiste, un valore di t per il quale v_t è ortogonale a u.

   Risposta: No, non esiste Sì, esiste ed è $t =$

5) (MOTIVARE LE RISPOSTE, SCRIVERE IL PROCEDIMENTO)
(Scrivere sul retro, aggiungere dei fogli se necessario)

Sia C la conica a centro aventi le seguenti proprietà:

- il punto $Q = (-1/5, 2/5)$ è il centro di C.
- la retta $r : 2x + y = 0$ è un asse di simmetria di C.
- C passa per il punto $P = (-1, 1)$ e per l'origine.

Rispondere alle seguenti domande:

1. scrivere l'equazione di un altro asse di simmetria di C distinto da r;
2. scrivere l'equazione di C;
3. dare la classificazione affine e metrica di C.

SVOLGIMENTO ESERCIZIO 5: