

17 LUGLIO 2000

SCRITTO DI GEOMETRIA 1

LAUREA E DIPLOMA IN MATEMATICA – A.A.1999/2000

Esercizio 1. Si consideri il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + ty + (1 + t^2)z & = 2t + 1 \\ 2x + ty + 2(t^2 + 1)z & = 1 + 4t \\ 3x + 2ty + 2(t^2 + 1)z & = 5t + 2 \\ x + ty & = t + 1 \end{cases}$$

dove t è un parametro.

- Determinare le eventuali soluzioni reali del sistema precedente, quando t è un parametro reale.
- Determinare le eventuali soluzioni complesse del sistema precedente, quando t è un parametro complesso.

Esercizio 2. a) Determinare se il seguente insieme di vettori è una base di \mathbf{R}^4 :

$$v_1 = (1, 2, -1, -2), v_2 = (2, 3, 0, -1), v_3 = (1, 2, 1, 3), v_4 = (1, 3, -1, 0)$$

- Determinare se il sottoinsieme di \mathbf{R}^4 dato da $\{xv_1 + yv_2 + zv_3 \mid x, y, z \in \mathbf{R}, x + y + z = 1\}$ è un insieme convesso e cercare di descriverlo.

Esercizio 3. In \mathbf{R}^2 si considerino le coniche C_s di equazioni $sx^2 + 2sxy + y^2 - 2sy = 0$ con $s \in \mathbf{R}$.

- Dare la classificazione affine reale delle C_s al variare di $s \in \mathbf{R}$.
- Nel caso $s = 1$ determinare un'affinità che muta C_1 nella forma canonica affine reale.

Esercizio 4.

Sia A la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Trovare il polinomio caratteristico di A
- Trovare una base ortonormale di autovettori per A
- Generalizzare i punti a) e b) alla matrice $n \times n$ con la stessa struttura di A (cioè con tutti i coefficienti uguali a 1).