

Prova scritta di Geometria II modulo
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
14 gennaio 2008

Esercizio 1: Sia a un parametro reale e si consideri la famiglia di coniche di equazione

$$-3x^2 + 8xy + 3y^3 + 2ax + 4ay + a^2 + a = 0.$$

- (i) Determinare la classificazione affine delle coniche della famiglia al variare del parametro a . In particolare, si osservi che si tratta di coniche a centro per ogni valore di a .
- (ii) Si consideri il luogo geometrico r dei centri delle coniche della famiglia. Verificare che r è una retta e determinarne l'equazione.

Esercizio 2:

- (i) Stabilire per quali valori del parametro t reale i tre punti dello spazio euclideo $A = (0, 0, 2)$, $B = (0, 1, 0)$, $C_t = (t, -1 + t, -1 + t)$ generano uno spazio affine di dimensione due.
- (ii) Trovare la distanza tra C_t e la retta r passante per A e B .
- (iii) Determinare per quali valori di $t \neq 0$ la distanza di C_t da r è uguale alla distanza di C_0 da r .

Esercizio 3:

- (i) Sia s un parametro reale e sia A_s la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & s \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Si determini per quali valori di s la matrice A_s è diagonalizzabile (sui reali).

- (ii) Per i valori di s trovati al punto precedente si calcoli una matrice C tale che $C^{-1}AC$ è diagonale.
- (iii) Per $s = 1$ si calcoli $A^{100} + A^{10}$.