

**Prova scritta di Geometria II modulo**  
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze  
11 Settembre 2007

**Esercizio 1:** Sia  $a$  un parametro reale e siano  $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$  le coniche di equazioni

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_1 & : x^2 + 4xy + 5y^2 + 2x + 4y = 0 \\ \mathcal{C}_2 & : ax^2 + y^2 - 2ax + 4y + a + 5 = 0\end{aligned}$$

- (i) Trovare per quali valori di  $a$  le due coniche sono affinementemente equivalenti.
- (ii) Trovare per quali valori di  $a$  le due coniche sono isometricamente equivalenti.

**Esercizio 2:** Siano  $P_1, \dots, P_6$  i vertici di un esagono regolare di centro  $C$ .

- (i) Scrivere i punti  $P_3, \dots, P_6$  come combinazione lineare affine dei tre punti  $P_1, P_2, C$ .
- (ii) Sia  $X$  l'insieme contenente i punti  $C, P_1, \dots, P_5$  (costituito cioè dal centro e da cinque dei sei vertici). Caratterizzare le isometrie  $f$  tali che

$$f(X) \subseteq X$$

**Esercizio 3:** Nello spazio euclideo con riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$  si consideri il piano  $\pi$  di equazione  $x+y+2z-1=0$  e la retta  $r$  passante per  $P = (11, 9, 7)$  e perpendicolare a  $\pi$ .

- (i) Si calcoli  $Q = r \cap \pi$  e il simmetrico di  $P$  rispetto a  $\pi$ .
- (ii) Si calcoli la distanza tra  $r$  e la retta  $s$  di equazioni  $x + y + 2z - 1 = y + z = 0$
- (iii) Detto  $R$  il piede della perpendicolare condotta da  $Q$  su  $s$ , si calcoli l'area del triangolo  $PQR$ .