Prova scritta di Geometria II modulo (versione A)
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
11 Giugno 2007

Esercizio 1:

(i) Trovare una affinità $f\colon \mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2$ che porti il punto $P = (1,1)$ nel punto $Q = (0,-1)$ e le rette $r_1 = \{x = 0\}$, $r_2 = \{x + y = 0\}$ nelle rette $s_1 = \{y = 0\}$ e $s_2 = \{x + 1 = 0\}$ rispettivamente.

(ii) Sia $\mathcal{C}$ l'iperbole di equazione $xy = 1$. Trovare l'equazione della conica $\mathcal{Q} = f(\mathcal{C})$.

(iii) Trovare gli asintoti di $\mathcal{Q}$.

Esercizio 2: Sia

$$E = \{(x,y) \in \mathbf{A}^2 | \quad |x| + |y| - 4 = 0\}$$
$$F = \{(x,y) \in \mathbf{A}^2 | \quad |x| + |y| - 9 = 0\}$$

e sia O l'origine di $\mathbf{A}^2$.

Sia f una affinità di $\mathbf{A}^2$ tale che $f(E) = F$.
(i) Dimostrare che $f(O) = O$.
(ii) Dimostrare che f è una similitudine.

Esercizio 3: Si consideri le tre rette di $\mathbf{A}^3$
r con equazioni cartesiane $x - y + z = x = 0$,
s con equazioni cartesiane $x - y + z = y = 0$,
t con equazioni parametriche $\begin{cases} x &= t+1 \\ y &= t+2 \\ z &= 3 \end{cases}$
(i) Dimostrare che t è parallela al piano $x - y + z = 0$.
(ii) Si trovi $A = \{P \in r | d(P,t) = d(r,t)\}$ e $B = \{P \in s | d(P,t) = d(s,t)\}$
(iii) Si trovi l'area del triangolo con vertici A, B, $r \cap s$.

Prova scritta di Geometria II modulo (versione B)
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
11 Giugno 2007

Esercizio 1:

(i) Trovare una affinità $f\colon \mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2$ che porti il punto $P = (1,1)$ nel punto $Q = (-1,0)$ e le rette $r_1 = \{y = 0\}$, $r_2 = \{x + y = 0\}$ nelle rette $s_1 = \{x = 0\}$ e $s_2 = \{y + 1 = 0\}$ rispettivamente.

(ii) Sia $\mathcal{C}$ l'iperbole di equazione $xy = 1$. Trovare l'equazione della conica $\mathcal{Q} = f(\mathcal{C})$.

(iii) Trovare gli asintoti di $\mathcal{Q}$.

Esercizio 2: Sia

$$E = \{(x,y) \in \mathbf{A}^2 | \quad |x| + |y| - 16 = 0\}$$

$$F = \{(x,y) \in \mathbf{A}^2 | \quad |x| + |y| - 9 = 0\}$$

e sia O l'origine di $\mathbf{A}^2$.

Sia f una affinità di $\mathbf{A}^2$ tale che $f(E) = F$.

(i) Dimostrare che $f(O) = O$.

(ii) Dimostrare che f è una similitudine.

Esercizio 3: Si consideri le tre rette di $\mathbf{A}^3$

r con equazioni cartesiane $x + y - z = x = 0$,

s con equazioni cartesiane $x + y - z = y = 0$,

t con equazioni parametriche $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = 4 \end{cases}$

(i) Dimostrare che t è parallela al piano $x + y - z = 0$.

(ii) Si trovi $A = \{P \in r | d(P,t) = d(r,t)\}$ e $B = \{P \in s | d(P,t) = d(s,t)\}$

(iii) Si trovi l'area del triangolo con vertici A, B, $r \cap s$.