Prova scritta di Geometria II modulo

C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze

7 giugno 2006

Esercizio 1: Sia $S \subset \mathbf{A}^2$ l'insieme

$$S = \big\{(x, y) : |x| + 2|y| = 2\big\}.$$

Determinare quali sono le affinità dirette $f \colon \mathbf{A}^2 \to \mathbf{A}^2$ tali che $f(S) = S$.

Esercizio 2: Nello spazio euclideo con riferimento ortonormale $Oxyz$ si consideri i punti $A = (0, 0, 1)$, $B = (0, 4, 0)$, $C_t = (1 - 2t, 2, t)$.

(a) Si trovi l'equazione cartesiana del luogo dei punti equidistanti da A e B.

(b) Si trovi i valori di t per cui A, B e C_t sono allineati.

(c) Si trovi l'equazione cartesiana del piano π_t contenente i tre punti A, B, C_t (quando non sono allineati) e si calcoli la distanza di π_t dall'origine.

Esercizio 3: Si considerino le coniche affini che sono tangenti simultaneamente alla retta $r = \{x + y = 0\}$ nell'origine e alla retta $s = \{x + y = 2\}$ nel punto $P = (2, 0)$. Tra queste si dica

(a) se ne esiste una non degenere con gli assi paralleli agli assi coordinati;

(b) se ne esiste una non degenere passante per il punto $(-2, 3)$.

In entrambi i punti precedenti, si dia un esempio di tale conica e se ne discuta l'unicità in caso la risposta sia affermativa.