

Prova scritta di Geometria II modulo
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
5 Luglio 2007

Esercizio 1. Nello spazio euclideo con riferimento cartesiano ortogonale $Oxyz$ si consideri il piano π di equazione $\{x + 3y - 2z + 5 = 0\}$.

- (a) Si calcoli la distanza di π dal punto $(1, 3, -2)$
- (b) Si scriva l'equazione del piano parallelo a π passante per $(1, 3, -2)$
- (c) Si scriva l'equazione del piano perpendicolare a π e passante per $(1, 3, -1)$ e per $(0, 0, 0)$.

Esercizio 2. Sia A la matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Si trovi O ortogonale tale che $O^{-1}AO$ è diagonale.
- (b) Si calcoli la segnatura della forma quadratica corrispondente alla matrice A^2 .
- (c) Si calcoli A^{100}

Esercizio 3. Si considerino le rette del piano $r = \{y = 0\}$, $s = \{y = 1\}$ e i punti $P = (0, 0)$ e $Q = (1, 1)$. Sia E una conica nondegenere tangente a r in P e ad s in Q .

- (a) Provare che il punto medio M del segmento PQ è un centro per E .
- (b) Provare che se E è non degenere, i suoi assi non sono paralleli agli assi coordinati.
- (c) Supponiamo in più che E sia un'ellisse. Provare che le tangenti ad E nei punti di intersezione di E con la retta $\{y = \frac{1}{2}\}$ sono parallele a PQ .