

Scritto di Geometria II, 4 aprile 2003
C.d.L. in Matematica, Università di Firenze

MOTIVARE LE RISPOSTE

Esercizio. a) Calcolare la segnatura della forma bilineare su \mathbf{R}^4 data dalla seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Classificare la seguente conica

$$C = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 + 4xy + 2y = 1\}$$

Esercizio. Nel piano euclideo siano $r = \{x = -1\}$, $s = \{x = 1\}$, $P = (-1, 0)$, $Q = (1, 2)$.

i) Trovare un'isometria f del piano tale che $f(r) = s$, $f(P) = Q$ e $f(s) \neq r$.

ii) Trovare un'isometria f del piano tale che $f(r) = s$, $f(s) = r$ e $f(P) = Q$, $f(Q) = P$.

iii) Dire se esiste una e una sola isometria f del piano tale che $f(r) = s$, $f(s) = r$ e $f(P) = Q$, $f(Q) = P$ (motivando la risposta).

Esercizio. Siano $P = (0, 0, 2)$ e $Q = (0, 1, 1)$.

i) Trovare l'espressione parametrica e cartesiana del piano π passante per P e Q e parallelo a

$$r = \{(x, y, z) \mid x = 0 \quad 2y + z = 0\}$$

ii) Trovare il piano H tale che la proiezione ortogonale di P su H sia Q .

iii) Trovare una retta s tale che sia parallela a $\{(x, y, z) \mid x + 2y = 0 \quad z = 1\}$ e tale che la proiezione ortogonale di P su s stia nel piano $\{x = 1\}$. Ne esiste una sola? Motivare la risposta.