

Prova scritta di Geometria II modulo
C.d.L. in Matematica, Università degli studi di Firenze
4 Febbraio 2008

Esercizio 1:

Sia A la matrice

$$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

- (i) Si calcoli la molteplicità algebrica e geometrica degli autovalori di A .
- (ii) Si calcoli la molteplicità algebrica e geometrica degli autovalori di A^3 .

Esercizio 2: Sia \mathcal{C}_a la famiglia di coniche di equazione

$$(a^2 + 2)x^2 + 2axy + (2a^2 + 1)y^2 + 2a^2x - 2ay + a^2 - 2 = 0$$

dove a è un parametro reale.

- (i) Dare la classificazione affine delle coniche \mathcal{C}_a al variare di a .
- (ii) Determinare per quali valori di a si ottiene una conica con un asse parallelo alla retta $2x + 3y = 0$.
- (iii) Dare la classificazione euclidea di \mathcal{C}_1 .

Esercizio 3:

Sia \mathcal{C} una parabola con fuoco F e vertice V .

- (i) Provare che il luogo dei punti simmetrici di F , rispetto alla retta tangente a un punto P variabile su \mathcal{C} , coincide con la direttrice di \mathcal{C} .
- (ii) Provare che il luogo delle proiezioni ortogonali di F , sulla retta tangente a un punto P variabile su \mathcal{C} , coincide con la retta tangente a V .