

**Prova di esonero di Geometria II, 1 Giugno 2006**  
**C.d.L. in Matematica, Università di Firenze**

**Esercizio 1:**

- a. Stabilire per quali valori del parametro  $t$  reale i tre punti dello spazio euclideo  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (0, 2, 0)$ ,  $C_t = (-1 + t, -1 + t, t)$  generano uno spazio affine di dimensione due.
- b. Determinare l'area del triangolo di vertici  $A, B, C_t$ .
- c. Determinare per quali valori di  $t \neq 0$  il triangolo di vertici  $A, B, C_t$  è isometrico al triangolo di vertici  $A, B, C_0$ .

**Esercizio 2:** Nel piano proiettivo  $\mathbf{P}^2$  si considerino le coniche  $C_1, C_2$  di equazioni

$$C_1 : x_1^2 - 2\sqrt{3}x_1x_2 - x_2^2 + 2x_0x_1 + 2\sqrt{3}x_0x_2 = 0, \quad C_2 : x_1x_2 + 5x_0x_1 - x_0x_2 - x_0^2 = 0.$$

- a. Stabilire se le due coniche sono proiettivamente equivalenti oppure no.
- b. Nella parte affine standard  $\mathbf{A}^2 = \{x_0 \neq 0\}$ , stabilire se le due coniche sono equivalenti per
  - i. isometrie,
  - ii. similitudini,
  - iii. affinità.
- c. Nella parte affine  $\mathbf{A}^2 = \{5x_1 - 1 \neq 0\}$  dire se le due coniche sono affinemente equivalenti.