

Analisi Matematica II (A.A. 2017/18)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Stabilire se la seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1+n^2x^2}$$

converge totalmente nell'intervallo $[-1, 1]$ e nell'intervallo $[1, +\infty)$.

2. Determinare se la funzione di due variabili reali

$$f(0,0) = 0, \quad f(x,y) = \frac{1 - \cos xy}{x^2 + 2y^2} \quad \text{se } (x,y) \neq (0,0),$$

risulta continua, derivabile, differenziabile nel punto $(0,0)$.

3. Determinare i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(t) - 2\alpha y'(t) + (\alpha^2 + 4)y(t) = 0$$

sono limitate in \mathbb{R} oppure in \mathbb{R}^+ .

4. Calcolare

$$\int_D xy^2 dx dy,$$

con D dominio delimitato dagli assi coordinati e dalla curva (arco di asteroide)

$$\begin{cases} x(t) = \cos^3 t, \\ y(t) = \sin^3 t, \\ t \in [0, \frac{\pi}{2}]. \end{cases}$$