

Analisi Matematica II (A.A. 2017/18)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Stabilire se la seguente successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$$

converge uniformemente nell'intervallo $[-1, 1]$ e nell'intervallo $[1, +\infty)$.

2. Determinare se la funzione di due variabili reali

$$f(0,0) = 0, \quad f(x,y) = x \log \frac{x^2 + 2y^2}{x^2 + y^2} \quad \text{se } (x,y) \neq (0,0),$$

risulta continua, derivabile, differenziabile nel punto $(0,0)$.

3. Si consideri la funzione

$$u(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}.$$

- a) Si dica quale è il dominio naturale di u e se, su tale dominio, u è limitata;
b) Si determinino gli estremi superiore ed inferiore di u su

$$C(2) = \{(x,y) : 2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\},$$

e si dica se tali valori sono assunti e, eventualmente, in quali punti.

4. Dire, giustificando la risposta, se esistono dei numeri $\beta > 0$ tali che

$$\int_{D_\beta} (\sqrt{x^2 + y^2})^\beta dx dy < +\infty$$

dove

$$D_\beta = \{(x,y) : 0 < y < \frac{1}{x^\beta}\}.$$