Analisi Matematica II (A.A. 2017/18)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Stabilire se la funzione di due variabili reali, definita da $f(0,0) = 0$ e

$$f(x,y) = \frac{x^3 + xy^2 + |xy|^{\frac{5}{2}}}{x^2 + y^2} \quad \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0),$$

sia differenziabile nel punto $(0,0)$.

2. Si risolvano i due seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \cos^2 y \\ y(2) = \frac{5\pi}{4} \end{cases} ; \qquad \begin{cases} y' = \cos^2 y \\ y(1) = -\frac{\pi}{2} \end{cases} .$$

3. Si studi la forma differenziale lineare

$$\omega(x,y) = \frac{x}{x^2 + y^2 - 1} dx + \left(\frac{y}{x^2} + \frac{y}{x^2 + y^2 - 1}\right) dy.$$

Sia γ l'arco della parabola $y = -x^2 + 2$ da $(1,1)$ a $(\sqrt{2}, 0)$. Verificare che γ è contenuto nel dominio di ω e calcolare $\int_\gamma \omega$.

4. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D \frac{(y^2 - x^2) e^{(x-y)^2 + \sqrt{xy}}}{\sqrt{xy}} dx dy$$

dove $D = \{(x,y) \; : \; 1 \leq xy \leq 2, \; x \leq y \leq x + 1, \; 0 \leq x, \; y\}$.