

Corso di Laurea in Matematica  
a.a. 2013-2014

Analisi Matematica Due  
primo appello – 27 maggio 2014

1. Stabilire se risulta differenziabile nell'origine di  $\mathbb{R}^2$  la funzione  $f(x, y)$  di due variabili reali definita da

$$f(x, y) = \frac{(x^2 + y^2) \sin x + \sin(x^2 y^2)}{x^2 + y^2} \quad \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \quad f(0, 0) = 0.$$

2. Determinare i punti critici e i punti di massimo o di minimo relativo su  $\mathbb{R}^2$  per il polinomio  $f(x, y)$  definito da

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - xy^4.$$

3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y'' + y + (y')^2 = 0 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = -1 \end{cases}.$$

4. Siano  $r > 0$  e  $\vartheta_0 \in [0, 2\pi]$  due parametri fissati. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_C \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy,$$

dove  $C$  è il cerchio di raggio  $r$  e centro nel punto  $(x_0, y_0)$  di coordinate

$$(x_0, y_0) = (r \cos \vartheta_0, r \sin \vartheta_0).$$

Il risultato dipende da  $r$ ? Il risultato dipende da  $\vartheta_0$ ? Spiegare il perché.