

Corso di Laurea in Matematica

a.a. 2011-2012

Analisi Matematica Due

quarto appello – 5 settembre 2012

1. Determinare su \mathbb{R}^2 i punti critici ed i punti di massimo e di minimo relativo della funzione

$$f(x, y) = x^2 - 3xy^2 + y^4 .$$

2. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$(x + y - 2) y' + (x + y - 1) = 0 .$$

Determinare inoltre la soluzione (o le soluzioni) del problema di Cauchy associato all'equazione data:

$$\begin{cases} (x + y - 2) y' + (x + y - 1) = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases} .$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale

$$\omega = \frac{y+x}{x^2+y^2} dx + \frac{y-x}{x^2+y^2} dy$$

esteso all'ellisse γ di equazione

$$\gamma : \begin{cases} x(t) = 2 \cos t \\ y(t) = 3 \sin t \end{cases} , \quad t \in [0, 2\pi]$$

nel verso delle t crescenti.

4. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_T \frac{y}{x^2+y^2} dx dy$$

dove T è il triangolo piano (x, y) di vertici $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$.

(*Suggerimento:* si tratta di un integrale "improprio", ma il metodo di calcolo non viene modificato, non ne risente. Si può eseguire il calcolo dell'integrale sia in coordinate polari, sia utilizzando direttamente le formule di riduzione, scegliendo opportunamente il dominio normale rispetto all'asse ...).