

Corso di Laurea in Matematica

a.a. 2011-2012

Analisi Matematica Due

terzo appello – 10 luglio 2012

1. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme nell'intervallo $[0, 1] \subset \mathbb{R}$ della successione di funzioni

$$f_n(x) = n x^n (1 - x) .$$

2. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = 2(y + \sqrt{y}) \cos x .$$

Determinare inoltre la soluzione (o le soluzioni) del problema di Cauchy associato all'equazione data:

$$\begin{cases} y' = 2(y + \sqrt{y}) \cos x \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$

3. Calcolare l'integrale curvilineo di forma differenziale

$$\int_{\gamma} -\frac{y}{x^2} dx + \frac{1}{x} dy$$

esteso alla curva γ in \mathbb{R}^2 di equazioni

$$\gamma : \begin{cases} x(t) = 1 + \cos t \\ y(t) = \sin t \end{cases}, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

nel verso delle t crescenti.

4. Sia r un numero reale positivo. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_C \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

esteso al cerchio C del piano (x, y) di centro $(0, r)$ e raggio r .

(*Suggerimento:* si tratta di un integrale "improprio", ma il metodo di calcolo non viene modificato, non ne risente. Si consiglia di passare a coordinate polari).