

Analisi Matematica I (A.A. 2016/17)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Si consideri la successione definita per ricorrenza da:

$$\begin{cases} x_0 = \alpha; \\ x_{n+1} = \operatorname{arctg}(2x_n); \end{cases}$$

- a) Si mostri che l'equazione $\operatorname{arctg}(2x) = x$ ha un'unica soluzione strettamente positiva ed un'unica soluzione strettamente negativa.
b) Si studi il comportamento della successione al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

2. Determinare il numero di soluzioni reali dell'equazione

$$\frac{(x-1)^2}{e^x} = e^{-2}.$$

3. Utilizzando la formula di Taylor, calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + \log \cos x}{2x^4}.$$

4. Si tracci un grafico qualitativo della funzione $F(x) = \int_0^x t^{2018} e^t dt$. In particolare si determinino dominio, segno, monotonia ed eventuali punti critici della funzione e la loro natura. Si studi la convessità della funzione. Infine si calcoli $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$.