

Analisi Matematica I (A.A. 2016/17)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Per $k = 0, 1, 2, \dots$ si consideri la successione

$$a_n = \frac{n! + k}{(n + k)!}.$$

Si determini per quali k la successione è infinitesima. Per tali k si stabilisca l'ordine di infinitesimo di a_n .

2. Studiare la seguente funzione (insieme di definizione, asintoti, segno della derivata prima, monotonia) e disegnarne il grafico

$$f(x) = \int_0^{\frac{1}{1+x^2}} \left(\ln^2(1+t^2) - \ln(1+t^2) \right) dt$$

3. Scrivere lo sviluppo di Taylor-Peano di ordine 4 - cioè con resto $o(x^4)$ - e di centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \sin^2 x + 2 \log \cos x.$$

Calcolare poi il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{f(x)}$$

Facoltativo: Verificare che la funzione $f(x)$ è pari e scrivere il suo sviluppo di Taylor-Peano di ordine 5 e di centro $x_0 = 0$.

4. Calcolare l'integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{|\cos x|}{1 + \sin^2 x} dx.$$

(Sugg. Si verifichi la compatibilità del risultato con il segno della funzione integranda).