

Calcolo delle Variazioni II modulo

Programma del corso

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2004-2005

31 maggio 2004

Il corso si propone di sviluppare la teoria delle funzioni a variazione limitata (BV) e di darne alcune applicazioni a problemi del calcolo delle variazioni. I prerequisiti richiesti sono la conoscenza della teoria degli spazi L^p e di qualche strumento di analisi funzionale. Il testo di riferimento è "Functions of Bounded Variation and Free Discontinuity Problems" di L. Ambrosio - N. Fusco - D. Pallara, Oxford University Press, 2000.

Il programma di massima è il seguente.

1. Richiami di teoria della misura: misure esterne in spazi metrici, convergenza debole $*$ di misure, teoremi di ricoprimento, differenziazione di misure di Radon: il teorema di besicovitch;
2. Teoria geometrica della misura di base: funzioni Lipschitziane, continuità e differenziabilità approssimata, misure tangenti, misure di Hausdorff, insiemi rettificabili, formula dell'area, spazio tangente approssimato, formula di coarea;
3. Teoria delle funzioni BV : lo spazio BV , il caso unidimensionale, insiemi di perimetro finito, proprietà fini delle funzioni BV , teoremi di traccia, decomposizione della derivata distribuzionale, *chain rule formula*, restrizioni unidimensionali;
4. Applicazioni: il problema di Plateau, il problema di Wulff, leggi di conservazione unidimensionali.

Nel caso ci fosse tempo a disposizione si vorrebbe dare un cenno anche dei seguenti argomenti.

5. Teoria delle funzioni speciali a variazione limitata (SBV): lo spazio SBV , teoremi di chiusura e compattezza, teoremi di semicontinuità in SBV , il funzionale di Mumford e Shah;
6. Semicontinuità in BV : funzionali isotropi, energie di volume convesse, energie di superficie per le partizioni, funzionali a crescita lineare.