



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Registro dell'insegnamento

Anno accademico 2015/2016

Prof. MATTEO FOCARDI

Settore inquadramento MAT/05 - ANALISI MATEMATICA

Scuola Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Dipartimento Matematica e Informatica 'Ulisse Dini'

Insegnamento CALCOLO DELLE VARIAZIONI E EQUAZIONI ALLE DERIVATE
PARZIALI

Moduli

Settore insegnamento MAT/05 - ANALISI MATEMATICA

Corsi di studio MATEMATICA

N.B.- Ai sensi dell' art.2 della Legge 1-5-1941. n. 615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

n.: 1 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 21/09/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Introduzione al CdV: motivazioni ed esempi. Richiami di analisi reale: Lemma di Vitali per famiglie finite di palle, Funzione massimale di Hardy-Littlewood, Stima Debole.

n.: 2 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 22/09/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema Massimale di Hardy-Littlewood. Teorema dei Punti di Lebesgue. Lemma Fondamentale del CdV e suoi corollari.

n.: 3 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 28/09/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Convoluzioni e Mollificatori. Lemma di Du Bois-Raymond. Definizione di Variazione prima e seconda (esterna) per funzionali definiti su spazi vettoriali su \mathbb{R} , variazione prima nel caso di funzionali del CdV, estremali deboli, forma forte dell'Equazione di Euler-Lagrange, (F-)estremali.

n.: 4 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 29/09/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempi di calcolo di equazione di Euler-Lagrange debole e forte, caratterizzazione degli estremali deboli nel caso unidimensionale per il funzionale lunghezza e per il problema di curvatura assegnata. Esempio di estremo debole che non e' un F-estremo, paradosso di Euler, Esempio di Weierstrass, discussione di vari esempi nel caso scalare-unidimensionale.

n.: 5 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 30/09/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizioni sufficienti per la minimalita' in senso debole. Variazione seconda: definizione, Lagrangiana e integrale accessori. Esempio di Scheeffer di minimo debole che non e' un minimo forte.

n.: 6 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 05/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempio di Scheeffer di estrema debole che non è minimo debole. Condizione necessaria di Legendre-Hadamard. Condizione stretta di Legendre-Hadamard.

n.: 7 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 06/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizioni necessarie per i minimi forti: funzione eccesso di Weierstrass, condizione necessaria di Weierstrass, rilettura dell'esempio di Scheeffer. Condizioni sufficienti per la minimalità globale: convessità della Lagrangiana. Forme quadratiche fortemente ellittiche e superellittiche.

n.: 8 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 07/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Metodo diretto del Calcolo delle Variazioni. Funzioni s.c.i. e s.s.c.i.: definizioni ed esempi, equivalenza delle due nozioni per spazi N^1 , caratterizzazione mediante la chiusura dell'epigrafico, proprietà di stabilità e di somma. Teorema di Weierstrass, coercività, funzionale rilassato.

n.: 9 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 12/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Richiami sulle topologie debole e debole*, esempi.

n.: 10 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 13/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemma di Riemann-Lebesgue ed esempi.

n.: 11 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 14/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Spazi di Sobolev: introduzione e motivazioni, definizione di derivata debole, esempi, definizione di $W^{1,p}$ su un aperto.

n.: 12 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 19/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Spazi di Sobolev: $W^{1,p}(\Omega)$ e' Banach se $p \in [1, \infty]$, Hilbert se $p=2$, separabile se $p \in [1, \infty)$, riflessivo se $p \in (1, \infty)$. Discussione di esempi, il caso unidimensionale, $C^0[0,1] \cap L^\infty(\Omega)$ si immerge con continuita' in $W^{1,\infty}(\Omega)$.

n.: 13 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 20/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Convoluzioni e gradiente debole, $W^{1,\infty}(\Omega)$ si immerge con continuita' in $C^0[0,1] \cap L^\infty(\Omega)$ se Ω e' convesso, controesempio nel caso generale. Teorema di Rademacher. Lemma sulle partizioni dell'unita' (solo enunciato), $\alpha \in W^{1,p}(\Omega)$ se $\alpha \in C^1 \cap \text{Lip}(\Omega)$ e $u \in W^{1,p}(\Omega)$, Teorema di Meyers-Serrin.

n.: 14 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 21/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Regola della catena per funzioni $C^1 \cap \text{Lip}$, caso del valore assoluto e della parte positiva/negativa, localita' del gradiente debole, proprieta' di reticolo. $W^{1,p}(\mathbb{R}^n) = W^{1,p}_0(\mathbb{R}^n)$.

n.: 15 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 26/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Friederichs (solo enunciato), caratterizzazioni equivalenti di $W^{1,p}(\Omega)$, identificazione del rilassato $s\text{-}L^1$ dell'integrale del modulo del gradiente alla $p \in (1, \infty)$.

n.: 16 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 27/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Morrey, Teorema di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg: enunciato e giustificazione di p^*

n.: 17 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 28/10/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg dimostrazione. Teorema di immersione nel caso critico $p=n$.

n.: 18 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 02/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di composizione con diffeomorfismi di classe C^1 , definizione di aperto di classe C^1 .

Spazi di Sobolev su aperti regolari: Lemma di estensione sulle semi-palle, Lemma di riflessione sulle semi-palle, Teorema di Prolungamento.

n.: 19 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 03/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Spazi di Sobolev su aperti regolari: Teorema di Immersione, Teorema di Densità, esempi di aperti che non supportano operatore di estensione. Teorema di Rellich-Kondrakov.

n.: 20 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 04/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Corollario al Teorema di Rellich-Kondrakov, $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$ non si immerge compattamente in alcun $L^q(\mathbb{R}^n)$, $W^{1,p}(\Omega)$ non si immerge compattamente in $L^{p^*}(\Omega)$. Disuguaglianze: di Poincaré, di Poincaré-Wirtinger e suo corollario, per funzioni $W^{1,p}$ che si annullano su un dato insieme di misura positiva, dipendenza delle costanti ottimali sulla palla $B_r(x)$ o sul cubo $Q_r(x)$ dal raggio. Esistenza per il problema di minimo modello.

n.: 21 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 09/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Tracce di funzioni $W^{1,p}$.

Lemma sull'approssimazione di funzioni affini con funzioni che prendono due gradienti: caso $n=1 \leq N$, caso $N=1 \leq n$.

n.: 22 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 10/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemma sull'approssimazione di funzioni affini con funzioni che prendono due gradienti caso generale. Connessioni di rango uno. Condizioni necessarie per la s.c.i. $s-L^1$ nel caso scalare, Disuguaglianza di Jensen, Condizioni sufficienti per la s.c.i. $s-L^1$ nel caso scalare: Teorema di Serrin.

n.: 23 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 11/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizioni necessarie per la s.s.c.i. $*w-W^{1,\infty}$: corollario del Lemma di Riemann-Lebesgue, disuguaglianza di tipo Jensen per funzioni a gradiente Y -periodico (Y cubo), quasi-covessita', convessita' di rango-uno. Esempio di funzione quasi-convessa non convessa.

n.: 24 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 16/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Funzioni policonvesse: definizione e proprieta' rilevanti. Relazioni fra le varie nozioni di convessita'. Lemma di locale lipschitzianita' per funzioni separatamente convesse. Esempio di Alibert-Dacorogna Marcellini, Esempio di Sverak.

Teorema di Morrey: caso di un limite affine.

n.: 25 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 17/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Morrey: fine dimostrazione. Enunciato del Teorema di Acerbi-Fusco & Marcellini. Teorema di esistenza e condizione di Euler-Lagrange nel caso scalare per lagrangiane convesse a crescita p .

n.: 26 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 18/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Metodo dei rapporti incrementali di Nirenberg: definizione, proprieta' elementari, caratterizzazione del funzioni $W^{1,p}$ mediante i rapporti incrementali. Teorema di Regolarita' interna per lagrangiane quadratiche, uniformemente convesse (inizio dim.).

n.: 27 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 23/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Regolarita' interna (fine dim.), Corollari al teorema, Disuguaglianza di Caccioppoli per PDE lineari a coefficienti L^∞ e coercivi.

n.: 28 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 24/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: PDE lineari a coefficienti costanti: Regolarita' C^∞ per le soluzioni, Decadimento della norma L^2 e della varianza delle soluzioni.
Spazi di Morrey: definizione e prime proprieta'.

n.: 29 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 25/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Spazi di Campanato: definizione e prime proprieta'. Lemma tecnico. Teorema di isomorfismo tra spazi di Morrey e Campanato se $\lambda \in [0, n)$, Teorema di Campanato, il caso $\lambda = n$: esempi.

n.: 30 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 30/11/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Corollari al teorema di Campanato, regolarità $C^{1,\alpha}$ dei minimi di problemi variazionali in dimensione 2.
Teoria di Schauder: Teorema di regolarità per PDE lineari a coefficienti costanti con termine noto non nullo.

n.: 31 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 01/12/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teoria di Schauder: Teorema di regolarità per PDE lineari con campo di matrici continuo e termine noto non nullo, Lemma di Iterazione.

n.: 32 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 02/12/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teoria di Schauder: Teorema di regolarità per PDE lineari con campo di matrici Holderiano e termine noto non nullo. Soluzione del XIX^o problema di Hilbert nel caso di dimensione 2. Teorema di regolarità di Morrey. Motivazioni per il Teorema di De Giorgi.

n.: 33 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 09/12/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Disuguaglianza di Caccioppoli sui sopra/sotto-livelli per minimi di funzionali a crescita quadratica, classi di De Giorgi

n.: 34 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 14/12/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemma tecnico, Stima L^2 - L^∞ , stima L^2 - L^∞ migliorata.

n.: 35 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 15/12/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemma di Decadimento del volume, Teorema di De Giorgi

n.: 36 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 16/12/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Lezione di riepilogo sulla regolarità dei minimi di funzionali quadratici e dimostrazione del XIX^o problema di Hilbert.

RIEPILOGO

lezione n. ore	72
esercitazione n. ore	0
laboratorio n. ore	0
seminario n. ore	0
TOTALE		72

Il Presidente della Scuola (non ancora validato)

Il Direttore del Dipartimento (non ancora validato)