



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Registro dell'insegnamento

Anno accademico 2014/2015

Prof. MATTEO FOCARDI

Settore inquadramento MAT/05 - ANALISI MATEMATICA

Scuola Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Dipartimento Matematica e Informatica 'Ulisse Dini'

Insegnamento CALCOLO DELLE VARIAZIONI E EQUAZIONI ALLE DERIVATE
PARZIALI

Moduli

Settore insegnamento MAT/05 - ANALISI MATEMATICA

Corsi di studio MATEMATICA

N.B.- Ai sensi dell' art.2 della Legge 1-5-1941. n. 615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

n.: 1 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 02/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Introduzione del corso: motivazioni ed esempi.
Richiami di Analisi Reale: Lemma di Vitali per famiglie finite di palle, la funzione Massimale di Hardy-Littlewood, Stima Debole e Teorema Massimale.

Firma

n.: 2 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 03/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Formula di Cavalieri, Teorema dei Punti di Lebesgue. Convoluzioni e Mollificatori: definizione e loro proprietà. Lemma Fondamentale del Calcolo delle Variazioni.

Firma

n.: 3 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 04/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Corollari del Lemma Fondamentale del Calcolo delle Variazioni e Lemma di Du Bois-Raymond. Definizione di variazione (esterna) prima e seconda per funzionali su spazi vettoriali su \mathbb{R} , variazione prima nel caso di funzionali del CdV, estremali deboli, forma forte dell'Equazione di Euler-Lagrange

Firma

n.: 4 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 09/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempi di calcolo della equazione di Euler-Lagrange debole e forte per vari problemi. Caratterizzazione degli estremali deboli nel caso unidimensionale per il funzionale lunghezza e per il problema di curvatura assegnata. Esempio di un estremo debole che non è un F-estremo, Paradosso di Euler, vari esempi unidimensionali e scalari

Firma

n.: 5 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 10/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempio di Weierstrass. Condizioni sufficienti per la minimalita' in senso debole. Variazione seconda: definizione, Lagrangiana accessoria e Integrale accessorio. Definizione di minimi forti. Esempio di Scheeffer di estrema debole che non e' un minimo debole.

Firma

n.: 6 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 11/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempio di Scheeffer di minimo debole non forte, Condizione necessaria di Legendre-Hadamard, Condizione stretta di Legendre-Hadamard.

Firma

n.: 7 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 16/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizioni sufficienti per la minimalita' debole: convessita' della Lagrangiana in (z,p). Esempi. Esempio di forma quadratica non-convessa che soddisfa la condizione di Legendre-Hadamard.

Firma

n.: 8 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 17/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Metodo Diretto del Calcolo delle Variazioni. Funzioni s.c.i e s.s.c.i: definizione, esempi, equivalenza negli spazi N^1 , caratterizzazione mediante la chiusura dell'epigrafico, proprieta' di stabilita' e di somma. Teorema di Weierstrass, Coercivita', funzionale rilassato

Firma

n.: 9 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 18/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Topologia debole e debole star: risultati fondamentali ed esempi esplicativi.

Firma

n.: 10 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 24/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Spazi di Sobolev: motivazione dell'introduzione di $H^{1,2}$ e $W^{1,2}$. Derivata debole: definizione e unicità, esempi. $W^{1,p}$: definizione e prime proprietà.

Firma

n.: 11 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 25/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Spazi di Sobolev: esempi, il caso unidimensionale, paragone fra $W^{1,\infty}$ e Lip.

Firma

n.: 12 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 27/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Rademacher, Lemma sulle partizioni dell'unità, Lemma tecnico: $u \in W^{1,p}(\Omega)$ se $u \in W^{1,p}(\Omega)$ e $v \in C^\infty_c(\mathbb{R}^n)$, Teorema di Meyers Serrin, caratterizzazione delle funzioni di Sobolev mediante i rapporti incrementali.

Firma

n.: 13 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 30/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Chain Rule, $|u|$, u^+ , $u^- \in W^{1,p}$ se $u \in W^{1,p}$, località del gradiente debole, proprietà di reticolo.

Firma

n.: 14 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 31/03/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: il prodotto di due funzioni $W^{1,p}$ e limitate e' in $W^{1,p}$,
 $W^{1,p}_0(\mathbb{R}^n) = W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$.

Firma

n.: 15 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 01/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Identificazione del rilassato dell'integrale del modulo del gradiente alla p , Teorema di Morrey.

Firma

n.: 16 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 13/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Morrey (fine dim.), Teorema di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg.

Firma

n.: 17 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 14/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg (fine dim.), Teorema di Immersione per $W^{1,n}$. Teoremi di Immersione per $W^{1,p}_0$. Teorema di composizione con diffeomorfismi C^1 , definizione di aperto di classe C^1

Firma

n.: 18 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 15/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemma di estensione sulle semi-palle, Lemma di riflessione sulle semi-palle, Teorema di Prolungamento, Teorema di Approssimazione con funzioni $C^\infty_c(\mathbb{R}^n)$, Teorema di densita' con funzioni C^1 fin sul bordo per aperti C^1

Firma

n.: 19 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 20/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Rellich-Kondrakov, controesempio all'immersione compatta di $W^{1,p}$ in L^{p^*} se $p \in [1, n)$, controesempio all'immersione compatta di $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$ in $L^q(\mathbb{R}^n)$ per ogni $q \geq 1$

Firma

n.: 20 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 21/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Disuguaglianza di Faber-Krahn, disuguaglianza di Poincare', riscaldamento della costante nella disuguaglianza di Poincare' su palle, disuguaglianza di Sobolev-Poincare' e sue conseguenze. Teorema di tracce per funzioni $W^{1,p}$ enunciato e sketch della dimostrazione

Firma

n.: 21 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 22/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Approssimazione di funzioni affini con funzioni i cui gradienti prendono solo due valori: il caso unidimensionale (dim.), condizioni di compatibilita' nel caso generale, il caso scalare senza dato al bordo (dim.), Lemma di Riemann-Lebesgue (enunciato)

Firma

n.: 22 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 27/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemma di Riemann-Lebesgue (dim.), Lemma di Approssimazione con funzioni costanti a tratti in L^q $q \in [1, \infty)$, Teorema di Caratterizzazione per la Convergenza $w-L^p$, $p \in [1, \infty)$ o $w-L^\infty$

Firma

n.: 23 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 28/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Corollario al Lemma di Riemann-Lebesgue per funzioni a gradiente periodico. La convessita' come condizione necessaria alla $s\text{-}L^1$ s.c.i. (dim.). Il Teorema di Serrin (dim.)

Firma

n.: 24 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 29/04/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizioni necessarie nel caso vettoriale: disuguaglianza tipo Jensen per funzioni a gradiente periodico, quasi convessita', rango-uno convessita', separata convessita'. Nozione di poli-convessita'. La convessita' implica la poli-convessita' che implica la quasi-convessita' che implica la rango-uno convessita'. Equivalenza delle nozioni nel caso scalare e/o unidimensionale.

Firma

n.: 25 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 04/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempio di Alibert-Dacorogna-Marcellini (senza dim.), Esempio di Sverak (senza dim.). Lemma di locale Lipschitzianita' delle funzioni separatamente convesse e di locale Lipschitzianita' qualificata nel caso di crescita tipo potenza. Teorema di Morrey (dim. nel caso affine), equivalenza fra s.s.c.i. $W^{1,\infty}$, quasi-convessita' e disuguaglianza tipo Jensen.

Firma

n.: 26 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 05/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Morrey (fine di.). Teorema di Acerbi-Fusco & Marcellini.

Firma

n.: 27 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 06/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di decomposizione. Successioni non debolmente compatte in L^1 : esempi, Biting lemma.

Firma

n.: 28 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 11/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di struttura delle funzioni di Sobolev, Lemma di Mac-Shane, Teorema di Decomposizione

Firma

n.: 29 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 12/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teoremi di esistenza nel caso scalare e vettoriale per il problema di Dirichlet, teorema di unicit  nel caso scalare, equazione di Euler-Lagrange. Rapporti incrementali: definizione e prime proprieta'.

Firma

n.: 30 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 13/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Proprieta' di base die rapporti incrementali, Caratterizzazione delle funzioni $W^{1,p}$, $p > 1$, con i rapporti incrementali. Regolarita' interna $W^{2,2}$ per minimi di integrandi uniformemente ellittici a crescita quadratica (inizio dimostrazione).

Firma

n.: 31 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 18/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Regolarita' interna $W^{2,2}$ per minimi di integrandi uniformemente ellittici a crescita quadratica (fine dimostrazione). PDE risolte in senso quasi ovunque e delle distribuzioni dalle derivate prime del minimo. Disuguaglianza di Caccioppoli

Firma

n.: 32 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 19/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Regolarita' per soluzioni di PDE ellittiche lineari a coefficienti costanti. Il XIX^o problema di Hilbert: Teoria di Schauder (solo enunciato), Teorema di Morrey, Teorema di De Giorgi

Firma

n.: 33 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 20/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di De Giorgi: disuguaglianza di Caccioppoli sui sopra/sotto-livelli, definizione di classe di De Giorgi, Teorema di regolarita' Holderiana per funzioni nella classe di De Giorgi

Firma

n.: 34 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 25/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Proposizione sul decadimento del volume dei sopralivelli delle soluzioni e della norma L^2 sui sopralivelli delle soluzioni, stima L^2 - L^∞ , Lemma di analisi reale.

Firma

n.: 35 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 26/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Stima L^2 - L^∞ migliorata, Caratterizzazione delle funzioni Holderiane mediante l'oscillazione

Firma

n.: 36 lezione esercitazione laboratorio seminario

Data: 27/05/2015 **Totale ore:** 2

Argomento: Decadimento del Volume, Teorema di Regolarita' Holderiana di De Giorgi.

Firma

RIEPILOGO

lezione n. ore	72
esercitazione n. ore	0
laboratorio n. ore	0
seminario n. ore	0
<hr/>		
TOTALE		72

Firma del docente

.....

copia per la Scuola

Visto: Il Presidente della Scuola

.....

copia per il Dipartimento

Visto: Il Direttore del Dipartimento

.....