



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Registro dell'insegnamento

Anno accademico 2013/2014

Prof. MATTEO FOCARDI

Settore inquadramento MAT/05 - ANALISI MATEMATICA

Scuola Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Dipartimento Matematica e Informatica "Ulisse Dini"

Insegnamento CALCOLO DELLE VARIAZIONI

Moduli

Settore insegnamento MAT/05 - ANALISI MATEMATICA

Corsi di studio MATEMATICA

N.B.- Ai sensi dell' art.2 della Legge 1-5-1941. n. 615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

n.: 1 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 04/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Presentazione del corso: introduzione, esempi e motivazioni. Funzione massimale, teorema di ricoprimento alla Vitali per famiglie finite di palle, Stima debole di Hardy-Littlewood, Teorema dei punti di Lebesgue.

Firma

n.: 2 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 06/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Prodotto di Convoluzione di funzioni L^1 , nucleo regolarizzante, successione delle epsilon-regolarizzate o mollificate, teorema sulle proprietà delle mollificate

Firma

n.: 3 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 07/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Densità delle funzioni $C_c^\infty(\Omega)$, Ω aperto in $L^p(\Omega)$, Lemma Fondamentale del Calcolo delle Variazioni (vari enunciati), Lemma di Du Bois - Raymond. Nozione di Variazione Prima e Seconda per funzionali su spazi vettoriali su $\mathbb{R}$. Introduzione di notazioni e definizioni nel caso del CdV (Lagrangiana, funzioni F-ammissibili, ecc...)

Firma

n.: 4 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 11/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Variazioni esterne, Estremali deboli, Estremali o F-estremali, Equazione di Euler(-Lagrange), esempi

Firma

n.: 5 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 13/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Caratterizzazione degli estremali deboli nel caso unidimensionale per il funzionale lunghezza e per curve di curvatura assegnata. Condizioni naturali al bordo: enunciato ed esempi. Esempio di un estremoale debole che non e' un F-estremoale, esempio di un funzionale che non ha minimo in C^1 (Paradosso di Euler).

Firma

n.: 6 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 14/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempio di Weierstrass, altri esempi sull'esistenza e/o la regolarita' di minimi in problemi unidimensionali.

Variazione seconda, Lagrangiana accessoria, integrale accessorio, nozione di minimo debole e di minimo forte, condizioni necessarie e sufficienti per la minimalita' in senso debole.

Firma

n.: 7 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 18/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizioni sufficienti per la minimalita' in senso debole (fine dimostrazione). Esempio di Scheeffer di minimo debole che non e' minimo forte, esempio di Scheeffer di estremoale debole che non e' un minimo debole, discussione delle differenze fra le condizioni sufficienti nel caso finito e infinito dimensionale. Condizione di Legendre-Hadamard (enunciato e commenti).

Firma

n.: 8 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 20/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizione di Legendre-Hadamard (dimostrazione), Funzione di eccesso di Weierstrass, Condizione necessaria di Weierstrass (enunciato), esempio di Scheeffer, la condizione necessaria di Weierstrass implica quella di Legendre-Hadamard.

Firma

n.: 9 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 25/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizione necessaria di Weierstrass (dimostrazione).

Firma

n.: 10 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 27/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizioni sufficienti per la minimalita' debole: convessita' della Lagrangiana in (z,p) , esempi.

Forme quadratiche fortemente ellittiche e superellittiche, operatore di Jacobi di F in u , sua caratterizzazione come operatore di Euler della Lagrangiana accessoria di F in u .

Firma

n.: 11 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 28/03/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempi di forme quadratiche fortemente ellittiche non superellittiche ma verificanti la condizione di coercivita' integrale, Disuguaglianza di Garding (enunciato), Teoria spettrale per l'operatore di Jacobi di Lagrangiane fortemente ellittiche (enunciato). Condizioni necessarie e sufficienti per la minimalita' debole espresse in base al primo autovalore dell'operatore di Jacobi, rivisitazione di un esempio di Scheeffer.

Firma

n.: 12 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 01/04/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Il Metodo Diretto. Funzioni semicontinue inferiormente e sequenzialmente semicontinue inferiormente: definizione, caratterizzazione mediante la chiusura dell'epigrafico, proprieta' di stabilita' e di somma. Teorema di Weierstrass. Coercivita'. Esempi.

Firma

n.: 13 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 03/04/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Topologie debole e debole star su spazi di Banach: ripasso delle proprietà fondamentali.

Firma

n.: 14 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 04/04/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Spazi di Sobolev: motivazione della loro introduzione. Definizione, unicità della derivata debole. Esempi e controesempi: funzione segno, $|x|^{-\alpha}$, caso unidimensionale.

Firma

n.: 15 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 08/04/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Esempi: Caso unidimensionale, le funzioni $C^0[0,1]$ sono $W^{1,\infty}$, esempio di funzione $W^{1,\infty}$ che non è $C^0[0,1]$, Teorema di Rademacher

Firma

n.: 16 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 10/04/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Meyers-Serrin, Regola della catena, $|u|$, u^+ , $u^- \in W^{1,p}$ se $u \in W^{1,p}$

Firma

n.: 17 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 15/04/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Corollari di Meyers-Serrin: località del gradiente debole, proprietà di reticolo di $W^{1,p}$, $W^{1,p}(\mathbb{R}^n) = W^{1,p}_0(\mathbb{R}^n)$.

Teoremi di immersione: teorema di Morrey

Firma

n.: 18 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 24/04/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg, Teorema di immersione continua per $W^{1,n}$.

Firma

n.: 19 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 28/04/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Immersione canonica di $W^{1,p}_0(\Omega)$ in $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$, Teorema di Immersione per $W^{1,p}_0$. Teorema di composizione con mappe bi-Lipschitziane.

Firma

n.: 20 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 29/04/2014 **Totale ore:** 4

Argomento: Teorema di approssimazione con funzioni C^1 ($C^{0,1}$) fin sul bordo per aperti C^1 (Lipschitziani).

Firma

n.: 21 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 06/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di estensione per aperti Lipschitziani, Teorema di Immersione $W^{1,p}(\Omega)$ con Ω aperto limitato Lipschitziano, Teorema di Approssimazione, Teorema di Rellich-Kondrakov

Firma

n.: 22 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 08/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Rellich-Kondrakov, $W^{1,p}(\Omega)$ non si immerge compattamente in $L^{p^*}(\Omega)$, $W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$ non si immerge compattamente in alcun $L^q(\mathbb{R}^n)$

Firma

n.: 23 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 09/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Disuguaglianza di Faber-Krahn per aperti a spessore finito, Disuguaglianza di Poincare', Disuguaglianza di Sobolev-Poincare' e suoi corollari. Teorema di Traccia (senza dimostrazione)

Firma

n.: 24 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 12/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemmi di approssimazione di funzioni affini con funzioni Lipschitz i cui gradienti prendono solo due valori

Firma

n.: 25 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 13/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: La convessita' dell'integranda come condizione necessaria per la s.s.c.i. nella topologia forte L^1 . Il Teorema di Serrin. Lemma di Riemann-Lebesgue (enunciato).

Firma

n.: 26 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 15/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemma di Riemann-Lebesgue: dimostrazione ed esempi, Corollario sulle funzioni a gradiente periodico, Caratterizzazione delle convergenze deboli in L^p , Equi-integrabilita'

Firma

n.: 27 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 16/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Condizioni necessari per la s.s.c.i. $w-W^{\{1,\infty\}}$ nel caso vettoriale: la disuguaglianza tipo Jensen per funzioni a gradiente periodico, la quasi-convessita', la rango-uno convessita', la separata convessita'. Indipendenza della q.c. dal dominio, la policonvessita', esempi e relazioni fra le varie nozioni e la convessita'. Gli esempi di Alibert-Dacorogna-Marcellini e di Sverak (solo enunciati).

Firma

n.: 28 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 19/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di Morrey per la s.s.c.i. $w-W^{\{1,\infty\}}$, equivalenza della s.s.c.i. $w-W^{\{1,\infty\}}$, della disuguaglianza tipo Jensen per funzioni a gradiente periodico e della quasi-convessita'.

Firma

n.: 29 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 20/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: S.s.c.i. $w-W^{[1,p]}$: $W^{\{1,p\}}$ quasi-convessita', Teorema di Acerbi-Fusco & Marcellini per funzioni soddisfacenti la condizione di crescita $(C)_p$. Il ruolo della equi-integrabilita': teorema di s.s.c.i. per successioni equi-integrabili, Teorema di Equi-integrabilita' (enunciato). Il Biting Lemma.

Firma

n.: 30 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 22/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Conseguenze, commenti ed esempi del Biting Lemma. La layer-cake formula, il teorema massimale di Hardy-Littlewood, Teorema di struttura delle funzioni di Sobolev.

Firma

n.: 31 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 23/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Lemma di estensione di Mac-Shane di funzioni Lipschitziane, Teorema di Equi-integrabilit .

Firma

n.: 32 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 26/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Teoremi di esistenza nel caso scalare e vettoriale per il problema di Dirichlet, teorema di unicit  nel caso scalare, equazione di Euler-Lagrange in forma debole.

Firma

n.: 33 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 27/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Il metodo di Nirenberg dei rapporti incrementali: definizione e varie propriet  dei rapporti incrementali.

Firma

n.: 34 ☒ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 29/05/2014 **Totale ore:** 2

Argomento: Teorema di regolarit  interna $W^{2,2}$ per minimi di funzionali con integranda di classe C^2 uniformemente convessa a Hessiano limitato, PDEs risolte in senso q.o. e delle distribuzioni dalle derivate del minimo, Teoria di Schauder (solo enunciato), Teorema di Morrey (solo enunciato), Teorema di De Giorgi-Nash-Moser (solo enunciato), Teorema di De Giorgi al bordo (solo enunciato), uguaglianza delle formulazioni debole e forte del problema di Dirichlet per un funzionale con integranda uniformemente convessa di classe C^2 a Hessiano limitato con dato al bordo C^1 .

Firma

RIEPILOGO

lezione	 n. ore	70
esercitazione	 n. ore	0
laboratorio	 n. ore	0
seminario	 n. ore	0
TOTALE		70

Firma del docente

.....

☐ copia per la Scuola

Visto: Il Presidente della Scuola

.....

☐ copia per il Dipartimento

Visto: Il Direttore del Dipartimento

.....