

CORSO di DOTTORATO in MATEMATICA
PROGRAMMA del CORSO di

Una Introduzione alla Γ -Convergenza

A.A. 2007/2008

Matteo Focardi

- 1. Teoria Astratta.** Introduzione e Motivazioni. Γ -convergenza in spazi topologici: Definizione, Esempi, Proprietà del Γ -limite, Convergenza dei Minimi. Γ -convergenza in spazi che soddisfano il primo assioma di numerabilità: caratterizzazione sequenziale e proprietà di Urysohn. Compattezza della Γ -convergenza in spazi con una base numerabile. Confronto con la convergenza puntuale. Sviluppo asintotico per Γ -convergenza.

Per questi argomenti ho consultato in particolare [8] e [4]. I prerequisiti sui Metodi Diretti del Calcolo delle Variazioni si possono trovare nei testi [7], [9].

- 2. Un esempio uni-dimensionale: i funzionali di Modica e Mortola.** Motivazioni, Γ -convergenza all'ordine zero. Spazi di funzioni costanti a tratti: Teorema di Compattezza nella metrica L^2 . Sviluppo per Γ -convergenza al primo ordine.

Per questi argomenti ho consultato in particolare il testo [4] ed i lavori originali [12], [13], [11], [10].

- 3. Un esempio uni-dimensionale: i funzionali di Ambrosio e Tortorelli.** Motivazioni, Spazi di funzioni Sobolev a tratti: Teorema di Compattezza nella metrica della convergenza in misura. Teorema di Γ -convergenza.

Per questo argomento ho seguito abbastanza fedelmente i testi [3] e [4].

- 4. Un esempio uni-dimensionale: Omogenizzazione di funzionali integrali.** Motivazioni, Teorema di Omogenizzazione periodica uni-dimensionale.

Per questo argomento ho seguito abbastanza fedelmente l'approccio sviluppato in [6].

- 5. Il Metodo di Localizzazione.** Motivazioni, Teorema di rappresentazione integrale negli Spazi di Sobolev, Criterio di De Giorgi-Letta, Stima Fondamentale. Teorema di Omogenizzazione periodica, il caso delle equazioni ellittiche del secondo ordine in forma di divergenza.

Per questi argomenti ho consultato in particolare i testi [8] e [6].

- 6. Problemi di Dirichlet in domini perforati.** Motivazioni, Teorema di Γ -convergenza.

Per questo argomento ho consultato [2], [4], [5] e l'articolo originale [1].

Riferimenti bibliografici

- [1] Ansini N. - Braides A., *Asymptotic analysis of periodically perforated nonlinear media*, J. Math. Pures Appl. (9) **81** (2002), no. 5, 439-451.
- [2] Attouch H., “Variational Convergence for Functions and Operators”, Applicable Mathematics Series, Pitman, Boston, 1984.
- [3] Braides A., “Approximation of free-discontinuity problems”, Lecture Notes in Mathematics, **1694**. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- [4] Braides A., “ Γ -convergence for beginners”, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications **22**, Oxford University Press, Oxford, 2002.
- [5] Braides A., “Handbook of Γ -convergence”, in “Handbook of Differential Equations: Stationary PDEs”, ed. M. Chipot, North Holland (to appear).
- [6] Braides A. - Defranceschi A., “Homogenization of Multiple integrals”, Oxford University Press, Oxford, 1998.
- [7] Dacorogna B., “Introduction to the calculus of variations”, Translated from the 1992 French original. Imperial College Press, London, 2004.
- [8] Dal Maso G., “An Introduction to Γ -convergence”, Birkhäuser, Boston, 1993.
- [9] Giusti E., “Direct methods in the calculus of variations”, World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ, 2003.
- [10] Gurtin M., *Some results and conjectures in the gradient theory of phase transitions*, Metastability and incompletely posed problems (Minneapolis, Minn., 1985), 135–146, IMA Vol. Math. Appl., **3**, Springer, New York, 1987.
- [11] Modica L., *The gradient theory of phase transitions and the minimal interface criterion*, Arch. Rational Mech. Anal. **98** (1987), no. 2, 123–142.
- [12] Modica L., Mortola S. *Un esempio di Γ^- -convergenza*, Boll. Un. Mat. Ital. B (5) **14** (1977), no. 1, 285–299.
- [13] Modica L., Mortola S. *Il limite nella Γ -convergenza di una famiglia di funzionali ellittici*, Boll. Un. Mat. Ital. A (5) **14** (1977), no. 3, 526–529.