

# CdL in BIOTECNOLOGIE

ELEMENTI di MATEMATICA e STATISTICA a.a. 2015/2016 - Corso B (lettere N-Z)

Prova di Esame, 1 Giugno 2016<sup>1</sup>

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti (a), 3 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\sin(e^{-x}))}{\ln(2 - \cos(e^{-x/2}))}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x + x - \pi - \frac{1}{6}(x - \pi)^3}{1 + \cos x}.$$

(a)

(b)

2. (4 punti) Determinare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1 + \ln x}{x(\ln x + 2)(\ln x + 3)} dx.$$

---

<sup>1</sup>Scrivere la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente giustificando i passaggi significativi. Non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo i presenti due fogli, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo per il superamento della prova scritta 18.

3. (4 punti) Determinare eventuali massimi e minimi relativi/assoluti della funzione

$$f(x) = \frac{1}{x - e} + \ln(x - e)$$

sull'intervallo  $(e, 2e]$ .

4. (5 punti) Trovare tutte le soluzioni del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \tan x \tan y \\ y(0) = \pi/4. \end{cases}$$

*Cognome e Nome:*

*Matricola:*

5. (2+2 punti (a), 2 punti (b))

- (a) In una seduta spiritica vi è incertezza se lo spirito evocato sia quello di Michael Jackson o quello di Prince. Alla domanda “Chi sei?” lo spirito risponde “Prince, of course!”. Sapendo che la probabilità che si tratti di uno o dell’altro cantante è la stessa e che lo spirito di Prince mente nel 70% dei casi e quello di Michael Jackson nel 40% dei casi, si dica
- (i) qual è la probabilità che lo spirito evocato sia proprio quello di Prince;
  - (ii) qual è la probabilità che lo spirito evocato sia proprio quello di Prince sapendo che lo spirito ha mentito.
- (b) Si lanci una moneta non truccata 100 volte. Qual è la probabilità di avere (strettamente) meno di 56 e (strettamente) più di 52 teste?

6. (6 punti) Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange e la caratterizzazione delle funzioni derivabili a derivata nulla su un intervallo.