

CdL in BIOTECNOLOGIE

MATEMATICA

a.a. 2011/2012 - Corso B (lettere K-Z)

27 gennaio 2012, Compito ¹

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti (a), 4 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\cos x - 1)}{\cos(\sin x) - 1}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin^2 x + \cos x)}{e^{x^2} - 1}.$$

(a) 1,

(b) 1/2.

2. (4 punti) Determinare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\ln(x^3)}{\sqrt{x}} dx.$$

L'integrale indefinito è dato da

$$12\sqrt{x} \left(\frac{1}{2} \ln x - 1 \right) + c.$$

3. (4 punti) Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$-3 \arctan x + 2 \ln x - \ln \sqrt{1+x^2} = 0.$$

L'equazione ammette una e una sola soluzione.

4. (5 punti) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(e^y - e^{-y}) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

La soluzione del problema di Cauchy è data da

$$y(x) = \ln \frac{1 + ke^{x^2}}{1 - ke^{x^2}}, \quad k = \frac{e-1}{e+1}.$$

¹Scrivere solo la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente, non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo il presente foglio, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo 18.

5. (2 punti (a), 3 punti (b)) Un'azienda produce articoli che risultano difettosi con la probabilità dell'8%. Un test di controllo non viene superato dall'80% degli articoli difettosi e dal 2% di quelli sani. Determinare:

(a) la probabilità che un articolo superi il test.

La probabilità è $\frac{9176}{10000}$;

(b) la probabilità che un articolo sia difettoso avendo superato il test.

La probabilità è $\frac{160}{9176}$.

6. (6 punti) Enunciare e dimostrare i Teoremi di Fermat e di Rolle.