

CdL in BIOTECNOLOGIE

MATEMATICA

a.a. 2010/2011 - Corso B (lettere K-Z)

11 luglio 2012¹

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti (a), 4 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan(x^3 + x^2 + x)}{\sin(x^2 + x + 1) \sin(x^2)},$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) - \frac{1}{x^2}}{\ln\left(1 + \frac{1}{x^6}\right)}.$

- (a) **il valore del limite è $-\infty$;**
(b) **il valore del limite è $-1/6$.**

2. (4 punti) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{3}{e^x + 1 - 2e^{-x}} dx.$$

Il valore dell'integrale è

$$3 \ln 2 - \ln 5.$$

3. (4 punti) Determinare eventuali massimi e minimi relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = \ln |\ln^2 x - 1|$$

sul suo dominio di definizione.

La funzione non ha né massimi né minimi assoluti, il punto $x = 1$ è massimo relativo.

4. (5 punti) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$3y' = -2xy + \frac{e^{-x^2} \sin x}{y^2}.$$

Le soluzioni sono date da

$$y(x) = \sqrt[3]{e^{-x^2}(k - \cos x)}, \quad k \in \mathbb{R}.$$

¹Scrivere solo la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente, non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo il presente foglio, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo 18.

5. (2 punti (a), 3 punti (b)) Un nuovo test antidoping viene sperimentato durante il Tour de France 2012. Supponendo che il 5% dei corridori sia dopato, il test rivela tale situazione nel 95% dei casi. Purtroppo anche il 4% dei corridori regolari viene segnalato come dopato. Determinare:

(a) la probabilità che un corridore dopato risulti negativo al test;

La probabilità è di $\frac{5}{100}$.

(b) la probabilità che un ciclista sia non dopato nonostante risulti positivo al test.

La probabilità è di $\frac{4}{9}$.

6. (6 punti) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange e la caratterizzazione delle primitive di una funzione continua.