

CdL in BIOTECNOLOGIE

MATEMATICA

a.a. 2011/2012 - Corso B (lettere K-Z)

13 gennaio 2012, Compito - FILA A ¹

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti (a), 4 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2 \sin^2 x + 1)}{\sin(\cos^2 x - 1)}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1 - \sin x}{\sin^2(\sin x)}.$$

(a) **Il valore del limite è -2 .**

(b) **Il valore del limite è $1/2$.**

2. (4 punti) Determinare il seguente integrale indefinito

$$\int e^{\sqrt{x}} dx.$$

L'integrale indefinito è dato da

$$2e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1) + C.$$

3. (4 punti) Determinare massimo e minimo assoluto della funzione $f(x) = x(\ln^2 x - 1)$ su $(0, 1]$.

Il punto di massimo assoluto è $x = e^{-\sqrt{2}-1}$, quello di minimo è $x = 1$.

4. (5 punti) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = 2xy + xy^2.$$

L'integrale generale è dato da

$$y(x) = \frac{1}{C e^{-x^2} - \frac{1}{2}} = \frac{2e^{x^2}}{C - e^{x^2}}.$$

¹Scrivere solo la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente, non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo il presente foglio, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo 18.

5. (2 punti (a), 3 punti (b)) Un indirizzo di posta elettronica riceve il 5% di messaggi spam. È attivo un filtro anti-spam che cancella i messaggi che contengono la parola “lotteria”. La probabilità che un messaggio spam la contenga è del 50%, mentre la probabilità che un messaggio nonspam la contenga è del 5%. Determinare:

(a) la probabilità che un messaggio contenga la parola “lotteria”;

(b) la probabilità che un messaggio sia spam sapendo che contiene la parola “lotteria”.

(a) **La probabilità che un messaggio contenga la parola “lotteria” è $29/400$;**

(b) **La probabilità che un messaggio sia spam sapendo che contiene la parola “lotteria” è $10/29$.**

6. (6 punti) Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.