

CdL in BIOTECNOLOGIE

MATEMATICA

a.a. 2010/2011 - Corso B (lettere K-Z)

27 giugno 2012¹

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti (a), 4 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^3 + x^2 + x + 1)}{\ln(x^2 + x + 1) \ln x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\ln^2(1+x)} \right) \left(\frac{1}{e^x} - 1 \right).$$

(a) il valore del limite è 0;

(b) il valore del limite è 1.

2. (4 punti) Determinare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\cos x}{3 \cos^2 x - \sin^2 x} dx.$$

Le primitive sono date da

$$\frac{1}{4\sqrt{3}} \ln \left| \frac{2 \sin x + \sqrt{3}}{2 \sin x - \sqrt{3}} \right| + c.$$

3. (4 punti) Al variare di $y \in [-2, 0]$ determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^4 - 10x^2 + 16 \ln x + 9 = y.$$

L'equazione ha una soluzione se $y \in [-2, f(2))$, due se $y = f(2)$ e tre se $y \in (f(2), 0]$.

4. (5 punti) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$3y' = \frac{y}{x} \cdot \frac{\ln x}{\ln^2 y}.$$

Le soluzioni sono date da $y(x) = \exp\left(\left(\frac{1}{2} \ln^2 x + c\right)^{1/3}\right)$, $c \in \mathbf{R}$.

¹Scrivere solo la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente, non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo il presente foglio, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo 18.

5. (2 punti (a), 3 punti (b)) Statisticamente nel gioco del calcio il 6% delle azioni è in fuorigioco. Un giudice di linea segnala tale situazione nel 90% dei casi, purtroppo anche il 3% delle azioni regolari viene segnalato come fuorigioco. Determinare:

(a) la probabilità che il giudice di linea non intervenga;

La probabilità è di $\frac{9178}{10000}$.

(b) la probabilità che un giocatore in fuorigioco la faccia franca.

La probabilità è di $\frac{10}{100}$.

6. (6 punti) Enunciare e dimostrare il teorema della Media Integrale.