# CdL in BIOTECNOLOGIE

*Matematica (corso B) a.a. 2010/2011*

Esercizi sui teoremi di de l'Hôpital
9 dicembre 2010

Utilizzando i limiti notevoli e/o i teoremi di de l'Hôpital verificare il risultato dei limiti seguenti.

- $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x}{x^2} = 0$, $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = -\frac{1}{6}$, $\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin x - x} - 1}{\tan^3(x)} = -\frac{1}{6}$;
- $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^4} = 0$, $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^5} = \frac{1}{120}$;
- $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^3} = 0$, $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^4} = \frac{1}{24}$, $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(\cos x + \frac{x^2}{2})}{\sin^{3/2}(x^{3/2})} = 0$;
- $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}}{x^4} = \frac{1}{24}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(e^x - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6})}{x^4} = \frac{1}{24}$;
- $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2} = -\frac{1}{2}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(\ln(1+x) - x)}{\sin(\sin(x^2))} = -\frac{1}{2}$;
- $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}}{x^3} = \frac{1}{3}$, $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2} + 1)}{\ln(1+x^3)} = \frac{1}{3}$;
- $\lim_{x\to \pi/2} \frac{\sin\left(\cos^2 x\right)}{\ln\left(\frac{2}{\pi}x\right)} = 0$, $\lim_{x\to \pi/2} \frac{\sin\left(\cos^2 x\right)}{\ln^2\left(\frac{2}{\pi}x\right)} = \frac{\pi^2}{4}$;
- $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\ln(\tan x)}{\ln x} = +\infty$, $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\ln(\sin x)}{\cos x} = 0$, $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} = -\frac{1}{2}$;
- $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{x}) - \frac{1}{x}}{\sin(\frac{1}{\ln x})} = 0$, $\lim_{x\to +\infty} \frac{\log(3 + \sin^2 x)}{x} = 0$;
- $\lim_{x\to +\infty} \frac{e^{1/\ln x} - 1}{e^{1/\ln(\ln x)} - 1} = 0$, $\lim_{x\to +\infty} \frac{\sin(\log x)}{x^2} = 0$.