CdL in BIOTECNOLOGIE

Matematica (corso B) a.a. 2010/2011

Esercizi sui limiti notevoli

4 novembre 2010

Verificare che i valori dei limiti riportati sotto sono corretti. Utilizzare, se necessario, <u>solamente</u> i limiti notevoli ed il metodo di sostituzione[1].

- $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+2}{x^2+1} = 0, \ \lim_{x\to 0} \frac{x+2}{x^2+1} = 2;$
- $\lim_{x\to 1} \frac{\log_a(x)}{x-1} = \frac{1}{\ln a}$ con $a \in (0,+\infty)\setminus\{1\}$, $\lim_{x\to 2} \frac{\log_3(3-x)}{x^2-4} = -\frac{1}{4\ln 3};$
- $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1-x)}{x} = -1, \ \lim_{x\to 0^+} \frac{\log(x-x^2)-\log x}{x} = -\frac{1}{\ln 10};$
- $\lim_{x\to 0^+} \frac{\log(1+\sqrt{x})}{x} = +\infty, \ \lim_{x\to 0^-} \frac{\log(1+\sqrt{-x})}{x} = -\infty, \ \lim_{x\to 0^+} \frac{\log(1+x)}{\sqrt{x}} = 0;$
- $\lim_{x\to 0} \sqrt[9]{x}\log^9(x^2) = 0, \ \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt[9]{x}}{\log^9(x^2)} = +\infty;$
- $\lim_{x\to+\infty} x(e^{1/x}-1) = 1, \ \lim_{x\to-\infty} x(e^{1/x}-1) = +\infty;$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}} = -\infty, \ \lim_{x\to 0^+} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}} = +\infty;$
- $\lim_{x\to+\infty} 2^x\sqrt[3]{x^7+2} = +\infty, \ \lim_{x\to-\infty} 2^x\sqrt[3]{x^7+2} = 0;$
- $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x}+\ln x\right) = +\infty, \ \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{1}{x}-\ln|x|\right) = -\infty, \ \lim_{x\to 0^+} \left(\ln x - \frac{1}{\sqrt[8]{x}}\right) = -\infty;$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{\frac{1}{x}-\ln x} = -\infty, \ \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2}{\frac{1}{x}-\ln x} = 0;$
- $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3-2e^x+e^{2x}}{e^x+x^2} = +\infty, \ \lim_{x\to-\infty} \frac{x^3-2e^x+e^{2x}}{e^x+x^2} = -\infty;$
- $\lim_{x\to 0} \frac{x^3-2e^x+e^{2x}}{e^x+x^2} = -1;$
- $\lim_{x\to 0} \frac{e^{4x^3}-1}{x\ln(1+2x^2)} = 2, \ \lim_{x\to+\infty} \frac{e^{4x^3}-1}{x\ln(1+2x^2)} = +\infty, \ \lim_{x\to-\infty} \frac{e^{4x^3}-1}{x\ln(1+2x^2)} = 0;$
- $\lim_{x\to 0^+} x^{1/x} = 0, \ \lim_{x\to+\infty} x^{1/x} = 1;$
- $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)^x = 0, \ \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1}\right)^x = +\infty, \ \lim_{x\to 0} \left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)^x = 1;$
- $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+3}\right)^x = 0, \ \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+3}\right)^{x^2} = e^{-2}, \ \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+3}\right)^{x^3} = 0;$
- $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(2-e^x)}{x} = -1, \ \lim_{x\to 0} \frac{\ln(2e^x-1)}{x} = 2.$

[1]Notazione: $\log x$, $x>0$, indica il logaritmo in base 10 di x, $\ln x$ quello in base e.