

CdL in BIOTECNOLOGIE

MATEMATICA

a.a. 2010/2011 - Corso B (lettere L-Z)

31 gennaio 2011, Compito 2 ¹

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti) La funzione $f(x) = (|x| - x^2) \frac{\sin x}{x}$ è periodica? Ha simmetrie rispetto agli assi coordinati?

f non è periodica, f è pari.

2. (3 punti) Date le funzioni $g(y) = e^{y^2}$ ($= \exp(y^2)$) e $f(x) = x \ln^2 x$, determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione composta $h(x) = g(f(x))$ nel punto $x_0 = 1$.

L'equazione della retta tangente è $y = 1$.

3. (2 punti (a), 4 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sin^2 x} - 1}{\ln(1 + x^2)}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan(e^{\sin x} - 1 - x)}{\ln(1 + \ln(1 + x^2))}.$$

(a) 1

(b) 1/2

4. (4 punti) Determinare il seguente integrale indefinito

$$\int \arctan(\sin x) \cos x \, dx.$$

Le primitive sono date da $\sin x \arctan(\sin x) - \frac{1}{2} \ln(1 + \sin^2 x) + c$.

5. (4 punti) Determinare eventuali massimi/minimi assoluti e relativi nell'intervallo $[-e, -e^{-2}]$ della funzione $f(x) = \frac{\ln|x| + 1}{|x|}$.

Il punto $x = -1$ è di massimo assoluto, $x = -e^{-2}$ di minimo assoluto, $x = -e$ di minimo relativo, f non ha massimi relativi diversi da $x = -1$.

¹Scrivere solo la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente, non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo il presente foglio, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo 18.

6. (5 punti) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2x}{y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

ed indicarne l'intervallo di definizione.

La soluzione cercata è $y(x) = \sqrt[3]{3x^2 + 1}$ in $(-\infty, +\infty)$.

7. (6 punti) Enunciare e dimostrare il teorema della Media Integrale.