

CdL in BIOTECNOLOGIE

MATEMATICA

a.a. 2010/2011 - Corso B (lettere L-Z)

20 giugno 2011, Compito ¹

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti) La funzione $f(x) = \cos(x^2) \ln(1 + \sin|x|)$ è periodica? È pari? È dispari?

La funzione è pari, non è periodica.

2. (3 punti) Determinare la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = g(h(x))$ nel punto $x = \pi/4$, dove $g(y) = \ln|y|$ e $h(x) = \cos^2 x$.

L'equazione della retta tangente è

$$y = -\ln 2 - 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

3. (2 punti (a), 4 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(\sin(x^2)))}{\ln(1+x^2)}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(1 - \cos(x^2))}{2(\cos x - 1) + \ln(1+x^2)}.$$

(a) 1

(b) $-6/5$.

4. (4 punti) Determinare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{(x+1)(\ln^2(x+1) - 4)} dx.$$

L'integrale indefinito è uguale a

$$\frac{1}{4} \ln \left| \frac{\ln(x+1) - 2}{\ln(x+1) + 2} \right| + c.$$

5. (4 punti) Determinare eventuali massimi/minimi assoluti e relativi nell'intervallo $(1, +\infty)$ della funzione $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$.

La funzione ha minimo assoluto in $x = \sqrt{e}$, non presenta massimi assoluti dato che $\lim_{x \rightarrow 1^+} f = +\infty$, né massimi né minimi relativi diversi da $x = \sqrt{e}$.

¹Scrivere solo la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente, non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo il presente foglio, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo 18.

6. (5 punti) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xy - \frac{x}{y^2} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

La soluzione cercata è

$$y(x) = \sqrt[3]{7e^{\frac{3}{2}x^2} + 1}.$$

7. (6 punti) Enunciare e dimostrare la Formula Risolutiva per le equazioni differenziali lineari del primo ordine.