

CdL in BIOTECNOLOGIE

MATEMATICA

a.a. 2010/2011 - Corso B (lettere L-Z)

17 febbraio 2011, Compito 3¹

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti) La funzione $f(x) = \sqrt[3]{x \tan(\sin |x|)}$ è periodica? È pari o dispari?

La funzione f non è periodica ed è dispari.

2. (3 punti) La funzione $f(x) = 2x + \frac{\ln(x^4 + 2)}{(x^4 + 2)^{1/4}}$ ha asintoto a $+\infty$? In caso positivo scriverne l'equazione.

La funzione f ha asintoto obliquo dato dalla retta $y = 2x$.

3. (2 punti (a), 4 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^x - 1}{\sin\left(\frac{\ln^2 x}{x}\right)}$, (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(\arctan x - x)}{1 - \cos x}$.

(a) $+\infty$;

(b) 0.

4. (4 punti) Determinare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\ln x}{x (\ln^2 x - \ln x + 1)} dx.$$

Tutte le primitive sono date da $\frac{1}{2} \ln(\ln^2 x - \ln x + 1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + c$, $c \in \mathbf{R}$.

5. (4 punti) Determinare eventuali massimi/minimi assoluti e relativi in $(0, +\infty)$ della funzione $f(x) = x(\ln^2 x - 8)$.

La funzione ha un minimo assoluto in $x = e^2$ ed un massimo relativo in $x = e^{-4}$, non ha massimo assoluto.

¹Scrivere solo la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente, non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo il presente foglio, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo 18.

6. (5 punti) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = -e^x y + e^{2x}.$$

Tutte le soluzioni sono date da $y(x) = e^x - 1 + c e^{-e^x}$, $c \in \mathbf{R}$.

7. (6 punti) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange e la caratterizzazione delle primitive di una funzione continua.