

CdL in BIOTECNOLOGIE

MATEMATICA

a.a. 2010/2011 - Corso B (lettere L-Z)

6 luglio 2011¹

Cognome e Nome:

Matricola:

1. (2 punti) La funzione $f(x) = \sin(x^3) \tan(\cos(x^3))$ è periodica? È pari? È dispari?

Non è né pari né dispari né periodica.

2. (3 punti) La funzione $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{\sin x}{x}$ ha asintoto a $-\infty$? In caso positivo scriverne l'equazione.

L'equazione dell'asintoto obliquo è $y = -x$.

3. (2 punti (a), 4 punti (b)) Determinare il valore dei seguenti limiti

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{e^x - 1} - 1}{\sin(\ln(\cos x))}$, (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\tan(\sin \frac{1}{x}) - \frac{1}{x}}{\ln^2(1 + \sin \frac{1}{x})}$.

(a) $-\infty$,

(b) 0.

4. (4 punti) Determinare il valore del seguente integrale definito

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{4^x + 1} dx.$$

Una primitiva della funzione integranda è data da

$$\frac{1}{\ln 4} \ln \left| \frac{4^x}{4^x + 1} \right|,$$

quindi il valore cercato è $1 - \ln 3 / \ln 4$.

5. (4 punti) Data la funzione $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2}{x+1}\right)$, determinarne eventuali massimi/minimi relativi e assoluti.

$x = -2$ è punto di massimo relativo, $x = 0$ è punto di minimo relativo. La funzione non ha né massimo né minimo assoluto.

¹Scrivere solo la risposta nello spazio sottostante alla domanda corrispondente, non riportare calcoli di brutta. Riconsegnare solo il presente foglio, non allegarne altri. Totale punti 30, punteggio minimo 18.

6. (5 punti) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + y \tan x \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

ed indicarne l'intervallo di definizione.

La soluzione del Problema di Cauchy è la funzione

$$y(x) = -\frac{e^x}{\cos x}$$

nell'intervallo $(-\pi/2, \pi/2)$.

7. (6 punti) Enunciare e dimostrare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.