

Corso di laurea in Biotecnologie – A.A. 2003/04
Programma del corso di Matematica

0. Preliminari. Insiemi numerici. Intervalli della retta. Valore assoluto.

1. Limiti e continuità. Nozione di funzione di una variabile reale. Dominio, immagine, grafico di una funzione. Limite di funzioni. Definizione di limite di una funzione nei vari casi: limite finito o infinito, in un punto oppure a $+\infty$ o a $-\infty$. Verifica della definizione di limite. Limiti destro e sinistro. Operazioni con i limiti (con dimostrazione nel caso della somma).

Definizione di funzione continua (in un punto e in un insieme). Continuità delle funzioni elementari (con dimostrazione nel caso dei polinomi). Teorema di Weierstrass sull'esistenza di massimo e minimo di una funzione continua in un intervallo limitato e chiuso. Teoremi dell'esistenza degli zeri e dell'esistenza dei valori intermedi.

2. Derivate. Definizione di derivabilità e di derivata di una funzione in un punto. Collegamento tra l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un punto e la sua derivata. Operazioni con le derivate (con dimostrazione nel caso del prodotto). Derivate delle funzioni elementari: derivata di x^n , $n \in \mathbf{N}$, (con dimostrazione); derivata delle funzioni potenza; derivata delle funzioni seno (con dimostrazione) e coseno; derivata delle funzioni esponenziale e logaritmo. Regola di derivazione per le funzioni composte (con dimostrazione).

3. Studio di funzioni. Definizione di massimi e minimi locali. Funzioni monotone. Identificazione dei punti di massimo e minimo locale mediante la derivata prima: Teorema di Fermat (con dimostrazione). Teorema di Lagrange. Definizione di funzione monotona: crescente e decrescente. Monotonia di una funzione e segno della derivata prima (con dimostrazione). Definizione di convessità e concavità di una funzione. Legame tra concavità, convessità e segno della derivata seconda. Studio del grafico di una funzione.

4. Integrali. Calcolo dell'area del sottografico della funzione $f(x) = x^2$. Definizione di integrale di una funzione continua in un intervallo. Proprietà elementari dell'integrale (somma, linearità, confronto). Definizione di primitiva di una funzione. Il Teorema della media integrale (con dimostrazione). Due primitive differiscono per una costante (con dimostrazione). Definizione di funzione integrale di una funzione. Teorema fondamentale e formula fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione). Formule di integrazione per parti (con dimostrazione) e per sostituzione.

5. Equazioni differenziali del primo ordine. Modello per la crescita di una popolazione isolata. Che cosa è una soluzione di una equazione differenziale. Equazioni del primo ordine a variabili separabili; risoluzione delle equazioni a variabili separabili.